

# INTRODUCCIÓN

INDICE



Textos de Boyan Ivanov Bonev

Padrón, J. (Comp.) (2003): Antología de Epistemología y Metodología en la Web. Material en CD Rom, de apoyo a los Seminarios de Epistemología de la Línea de Investigaciones en Enseñanza/Aprendizaje de la Investigación (LINEA-I). Caracas: Proyecto EntreTemas.

http://www.lineai.org

http://www.entretemas.com http://padron.entretemas.com



# A B C D E F M R T V

#### ALEATORIEDAD:

Azar, casualidad. Hecho no determinista e impredecible. Sin embargo, en la aleatoriedad se pueden descubrir ciertas pautas de comportamiento de los sistemas caóticos.

#### ATRACTOR EXTRAÑO

A menudo el comportamiento de una función no lineal, al ser representado en una gráfica del así llamado espacio-fase, presenta un atractor extraño, punto al cual la función se acerca una y otra vez, a pesar de ser su camino imprevisible.

Nuestro cuerpo, por ejemplo, es un sistema caótico que, interaccionando con el medio, tiende a mantener ciertas constantes vitales, es decir, tiene un atractor extraño.

#### **AUTOSEMEJANZA**

Cuando una forma presenta en sus partes formas parecidas a la que las contiene, se dice que éstas son autosemejantes. El típico ejemplo son las formas fractales.

## **BIFURCACIÓN**

Cuando en el comportamiento de un sistema se produce un cambio radical, el cual transforma el sistema, se dice que se ha alcanzado un punto de bifurcación (o un punto crítico). Por ejemplo, cuando en un hormiguero la densidad de individuos se eleva demasiado, se llega a un punto de bifurcación, de manera que los individuos adquieren un comportamiento muy diferente al que hasta entonces habían mostrado: les crecen alas y buscan otro sito para poblarlo. Lo mismo se puede decir de una simple reacción química.

#### CAÓTICO, COMPORTAMIENTO

Se dice de aquel comportamiento que no se puede predecir con verdad en todos los casos. Como mucho, se puede suponer acerca de él con cierto grado de probabilidad y sólo a ciertas escalas.

## CAÓTICO, SISTEMA

Se refiere a los sistemas que presentan comportamiento caótico en sus partes. Por ejemplo, un río es un sistema caótico, ya que el comportamiento de una gota de agua es totalmente imprevisible. A menudo un sistema caótico tiende hacia un atractor extraño.

## CICLO LÍMITE

En los sistemas llamados *ciclo límite* la gran mayor parte de la energía interna está destinada a hacer que el sistema se resista al cambio, repitiendo mecánicamente modelos de conducta y aislándolo del mundo exterior, por lo menos hasta cierto punto.

## COMPLEJOS, PLANOS/NÚMEROS

Los números complejos se inventaron (¿o descubrieron?) para poder resolver ciertas ecuaciones algebraicas, por ejemplo la raíz cuadrada de un número negativo.

Tienen una parte real y una imaginaria: C=(a+bi). Al tratarse de dos parámetros por cada número complejo, éste se suele representar en un plano, pudiéndose utilizar el *eje x* para los reales y el *eje y* para los complejos. Los fractales son representaciones de puntos sobre un plano de complejos.

CRÍTICO; PUNTO

Véase Bifurcación



#### **DETERMINISMO**

sistema en el que se puede decir que los fenómenos están determinados de una manera necesaria por las circunstancias o condiciones en que se producen.

## **DIMENSIÓN FRACTAL**

Se habla de dimensiones fractales debido a que es difícil considerar que una forma tiene un número exacto de dimensiones. Si arrugáramos un plano obtendríamos un objeto que tendría entre dos y tres dimensiones.

## **ESCALA**

En el contexto utilizamos escala para referirnos a "ampliación" o "disminución" del punto de vista, es decir, estudiar cierta forma con mayor detalle o con menor detalle, pero abarcando mayor parte de ella.

#### **FRACTAL**

"El objeto matemático más complejo". Se trata de reiterar una función f:  $z ext{-->} z^2 + c$  en un plano donde un eje representa los números reales y el otro los complejos. Los gráficos obtenidos tienen ciertas propiedades como es la autosemejanza a diferentes escalas pero sin repeticiones, la variedad de formas nuevas, la presentación de infinitos detalles, etc. El concepto de fractal también se ha extendido a la descripción de las formas y comportamientos naturales, por ejemplo, los bronquios de los pulmones claramente presentan una estructura fractal.

#### FUNCIÓN

En nuestro contexto se puede entender como determinada fórmula a la cual, al pasarle un parámetro, nos devuelve cierto resultado. Es decir, a un número se le asigna otro. En el estudio de sistemas naturales se suelen utilizar funciones para describir el comportamiento de los elementos, para matematizar el modelo analizado (si es que eso es posible).



## MARIPOSA, EFECTO

se denomina así al efecto imprevisible que se produce en un sistema caótico cuando un factor o un elemento que parece tener poca importancia, acaba siendo crucial, debido a efectos de retroalimentación.

#### **RED NEURAL FLUIDA:**

En Inteligencia Artificial, una estrategia de programación basada en el continuo establecimiento y modificación de relaciones entre elementos.

## RESONANCIA (MECÁNICA)

situación en la que un sistema mecánico, estructural o acústico vibra en respuesta a una fuerza aplicada con la frecuencia natural del sistema o con una frecuencia próxima. La frecuencia natural es aquélla a la que el sistema vibraría si lo desviáramos de su posición de equilibrio y lo dejáramos moverse libremente. Si se excita un sistema mediante la aplicación continuada de fuerzas externas con esa frecuencia, la amplitud de la oscilación va creciendo y puede llevar a la destrucción del sistema. El hundimiento del puente colgante de Tacoma Narrows en Puget Sound, Washington (EEUU), que tuvo lugar en 1940, fue causado por vibraciones con la frecuencia natural de la estructura producidas por el viento.

#### REITERACIÓN

(Ver Reiteración). Cuando una tendencia de un sistema hace que su comportamiento presente cada vez más esta tendencia, se dice que hay una retroalimentación. Por ejemplo, si colocamos el micrófono cerca de los altavoces los sonidos captados por el micro salen amplificados por los altavoces, volviendo al micrófono y así produciéndose una retroalimentación que acaba en un fuerte chirrido.



## **TERMODINÁMICA**

campo de la física que describe y relaciona las propiedades físicas de sistemas macroscópicos de materia y energía



## VÓRTICE

un atractor extraño con pocos grados de libertad que aparece tras un punto de bifurcación del sistema, posibilitando su amplificación (retroalimentación).

## **BIBLIOGRAFÍA**

# **OBRAS SOBRE LA TEORÍA DEL CAOS**

¿Juega Dios a los dados? La nueva matemática del caos, lan Stewart, Gijalbo Mondadori, Barcelona, 1991.

**Atractores extraños**, Hofstadter, Douglas, Investigación y Ciencia, Enero 1982 (pp. 103-113)

## **AUTORES**

Mandelbrot, Benoît, "The fractal Geometry of Nature", W.H. Freeman, San Francico, 1982

## INTRODUCCIÓN

El término Caos se refiere a una interconexión subyacente que se manifiesta en acontecimientos aparentemente aleatorios.



En la turbulencia de un arroyo es imposible predecir la trayectoria de una partícula de agua. Sin embargo, ese sistema es, a la vez, *continuamente cambiante y muy estable*.

Esto es una metáfora de *nosotros mismos*: somos la misma persona que hace diez años, sin embargo, hace diez años estábamos formados por unos átomos diferentes y psicológicamente también hemos cambiado, adaptándonos siempre al mundo que nos rodea.

Esta teoría no es fruto de una sola mente genial, sino que, podríamos decir, es fruto de la evolución histórica del pensamiento y de la ciencia. Los sutiles (y no tan sutiles) cambios de visión en las matemáticas, física y demás ciencias, van apareciendo junto con cambios en la conciencia de todos los demás ámbitos de la vida, ya sea en lo social, político, religioso, en el arte, etc. Como la teoría del caos nos sugiere, todo está interconectado con todo.

En los siguientes textos se presentan varias de las reflexiones e ideas que derivan de lo que hoy en día se denomina "teoría del caos". Como muchos señalan, el nombre no es muy correcto, debido a la idea que hoy en día se tiene sobre dicho término. También hay partidarios de la objetividad matemática quienes señalan que "sobre la teoría del caos se está escribiendo mucho, pero se sabe muy poco, o casi nada". En tales ciencias exactas esto resulta así. Sólo hay que darse cuenta de que las matemáticas modernas se han convertido casi en una ciencia empírica: ya no es tan fácil generalizar y demostrar, o simplemente resolver, sino que, gracias a la rapidez de las computadoras, la infinidad de objetos matemáticos que surgen, que emergen de la aleatoriedad, son explorados, son observados, y esto también conlleva a que cada vez se de más importancia al aspecto estético en las matemáticas.

Para hacernos una idea de la esencia de la teoría del caos, veremos algo de ella en las matemáticas, en la naturaleza y veremos qué línea de pensamiento ha ido surgiendo en las últimas décadas gracias al caos. Para ello se habla de sutileza, creatividad, azar, control, totalidad, autoorganización, etc. (Ver "Diccionario"). Se sugiere que no es posible controlar la inmensidad de hechos aleatorios que surgen, pero sí es posible entender la sutil creatividad caótica y participar en ella, ya que somos parte de una totalidad.

# TEORÍA DEL CAOS: ÍNDICE DE ARTÍCULOS

1. Conceptos matemáticos				
2. Influencia sutil				
3. Autoorganización del caos				
4. El Análisis frente a la Totalidad				
5. Control				
6. Creatividad				
7. Complejidad				
8. Caos en el cuerpo humano				
9. El caos aplicado a la inteligencia artificial				
10. El caos en la naturaleza				

Artículos realizados por Ivan Ivanov Bonev

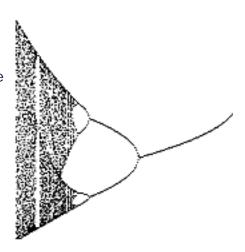


# Conceptos matemáticos

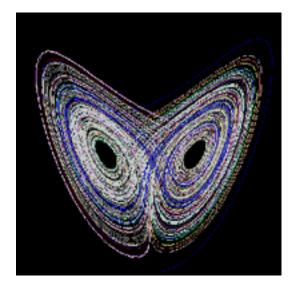
En gráficas que representan funciones reiteradas (es decir, la función se aplica otra vez al resultado) a menudo se observan resultados imprevisibles que presentan una increíble sensibilidad a los parámetros iniciales que se utilizan. Para el estudio del comportamiento caótico de esas funciones no lineales a menudo se utilizan unos diagramas de bifurcación que representan el cambio del resultado según el cambio del parámetro inicial.

En este diagrama de bifurcación se observa cómo a partir de la cuarta bifurcación el comportamiento es caótico. Sin embargo se observan dos franjas blancas donde por un momento parece haber un comportamiento diferente. Diagramas muy parecidos se han obtenido al estudiar el crecimiento en poblaciones donde la tasa de natalidad es mayor que la de mortalidad.

A menudo el comportamiento de una función no lineal, al ser representado en una gráfica del así llamado espacio-fase, presenta un *atractor extraño*, punto al cual la función se acerca una y otra vez, a pesar de ser su camino imprevisible. Por ejemplo, la gráfica del espacio-fase de un péndulo simple es una elipse.



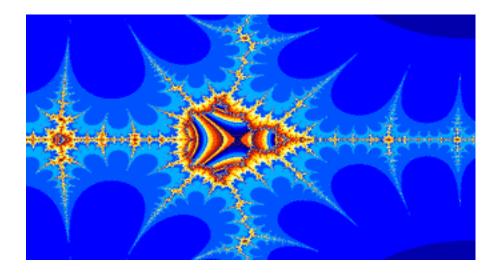
Un atractor extraño muy famoso es el descubierto por Lorenz (la gráfica tiene 3D)



### **Fractales**

problema de las raíces negativas. Pero con ello se descubrieron (y no "inventaron") los fractales: los objetos matemáticos más complejos, como se suele decir. Se trata de reiterar una función f:  $z --> z^2 + c$  en un plano donde un eje representa los números reales y el otro los complejos. Lo que se obtiene es una figura (que depende del parámetro c) de infinita complejidad, pues por muchas ampliaciones que se hagan siempre siguen surgiendo detalles nuevos. Es muy interesante observar que, dentro del comportamiento caótico de dichos detalles, siempre se encuentra una *autosemejanza* a diferentes escalas: detalles dentro de una figura que se asemejan a la figura que las contiene, pero no son iguales; tienen una infinidad de matices que siempre las diferencian.

Los fractales están siendo estudiados en muchos campos de la ciencia, tecnología y del arte, y están teniendo aplicaciones importantes.



Para representar fractales se utiliza un software muy sencillo y fácilmente manejable: <a href="http://spanky.triumf.ca/www/fractint/fractint.html">http://spanky.triumf.ca/www/fractint/fractint.html</a> (es gratuito).

## **Escalas y dimensiones fractales**

**Escalas**. Es propio de los fractales que se encuentren autosemejanzas a diferentes escalas. Esta propiedad también se encuentra en el mundo natural. Por ejemplo, en la microescala de nuestra existencia, cada uno de nosotros es una única representación del mundo que nos ha creado. Quizás por eso en las primeras semanas después de la concepción, un feto pase a través de formas que recuerdan al pescado, a los anfibios y a otros mamíferos, atravesando una microhistoria del caos de la evolución hasta que encuentra su propia forma.

**Dimensiones**. Si cogemos una línea (una dimensión) y la arrugamos, se puede decir que obtenemos un plano, puesto que la línea ya no tiene una sola dimensión, aunque tampoco tiene dos: está a medias. De igual forma, si cogemos un papel y hacemos una bola, tenemos algo que está a medias entre dos y tres dimensiones. Precisamente este es el caso de los fractales. Veamos un ejemplo:



La costa británica, como toda forma natural es un fractal (en este caso de dimensión fractal 1,26). Suponiendo que se encontrara en el plano, hagamos el experimento de medir la longitud de su costa. Hacemos una foto desde un satélite y medimos la periferia. Obtenemos determinado número de kilómetros, pero si hacemos la foto desde un avión, veremos que aparecen más detalles de la costa y, al volver a medir, obtenemos una longitud mayor. Si seguimos ampliando y midiendo cada vez mayor número de detalles, la longitud seguirá aumentando hasta que, suponiendo que pudiéramos llegar a medir con infinito número de detalles, la longitud de la costa resultaría ser muchísimo más larga que la que fue medida con pocos detalles.. ¿Por qué? Porque la línea de la costa no se puede medir como algo unidimensional, pero tampoco llega a ser bidimensional. Está en medio. Una cuestión interesante sería si realmente existen las dimensiones o es nuestra forma de pensar la que las ha inventado. Está claro que el mundo también podría ser medido con otros ejes de coordenadas diferentes a los que solemos utilizar. Podríamos clasificar las cosas dentro de dimensiones curvas o espirales. Sólo que tendríamos que modificar nuestras ecuaciones geométricas y temporales. Tal vez estemos clasificando todas las formas que nos vienen a la cabeza dentro de un sistema de dimensiones lineales, porque esa abstracción llamada línea fue

lo primero que nos vino a la cabeza.

Una línea es una especie de simplificación excesiva : al imaginar un objeto de exáctamente una dimensión estamos haciendo una simplificación de las dimensiones (ya que nada tiene exáctamente una dimensión), por otro lado al imaginar una línea perfectamente recta estamos haciendo una simplificación de la realidad, donde no existen líneas simples. ¿Cómo imaginaríamos la realidad si la forma que utilizamos como sistema de referencia hubiera sido diferente de lo que hoy llamamos línea recta?



#### La influencia sutil

La experiencia de Lorenz: Edward Lorenz utilizaba un programa de ordenador para calcular mediante varias ecuaciones las condiciones climáticas probables. Pero se dio cuenta de que al redondear los datos iniciales sólo un poco, los datos finales eran radicalmente diferentes. Descubrió que eso es debido a los rizos *retroalimentadores* y reiteraciones del sitema caótico que representa la atmósfera. Lorenz había intuido el *efecto mariposa*.

El efecto mariposa: Una mariposa parece no ser nada comparándola con las enormes fuerzas físicas que actúan en la atmósfera. Sin embargo después de la experiencia de Lorenz no resulta difícil pensar que tal vez, el batir de las alas de una mariposa pueda producir un tornado en el otro lado de la tierra (después de múltiples retroalimentaciónes y/o bifurcaciones del sistema).

Hay que tener en cuenta que nuestra "mariposa" no es un elemento aislado del sistema caótico sino que forma parte de éste y por tanto todo lo que ella haga le va a influir a todo lo demás.

A nivel de investigación científica estas ideas pueden resultar tanto animadoras, como todo lo contrario, pues señalan nuevas posibilidades inesperadas para la ciencia, al mismo tiempo que remarcan la dificultad o imposibilidad de formular una predicción.

Eso tiene unas repercusiones muy importantes en nuestra forma de ver el mundo. Como dijo Robert Musil en *El hombre sin atributos*:

La suma social total de los pequeños esfuerzos cotidianos de todo el mundo, especialmente cuando se aúnan, libera indudablemente bastante más energía en el mundo que las hazañas heroicas singulares. Ese total incluso logra que el esfuerzo heroico individual parezca algo minúsculo, como un grano de arena en la cima de una montaña con un sentido megalomaníaco de su propia importancia.

Hasta en las sociedades aparentemente más democráticas continuamente se da la típica situación en que aprobamos algo porque nos sentimos presionados por los demás y/o por algún poder. Esto crea el sentimiento de impotencia para cambiar cualquier cosa en la sociedad. Pero el efecto mariposa nos sugiere que una simple expresión de nuestra opinión podría generar nuevas opiniones, las cuales se pueden ir sumando y retroalimentando hasta que el sistema alcanza un punto crítico: un punto de bifurcación donde nace la creatividad al romperse el orden y el dogmatismo, donde hay un complejo dinamismo que hace imposible predecir qué surgirá a partir de ahí.

En los sistemas llamados *ciclo límite* gran la mayor parte de la energía interna está destinada a hacer que el sistema se resista al cambio, repitiendo mecánicamente modelos de conducta y aislándolo del mundo exterior por lo menos hasta cierto punto. En estos sistemas cada elemento cede de su individualidad para someterse al automatismo. En tales sistemas políticos es muy típico que un poder superior haga uso frecuente de frases vacías, fórmulas sin contenido que tienen como único objetivo mantener el sistema cohesionado. Esos ciclos límite también se dan a nivel de psicología individual, por ejemplo en aquellos típicos personajes que se imaginan que esta vez lo harán todo bien, pero siempre vuelven a caer en los mismos errores.

Nuestra actitud hacia las cosas ejerce una influencia sutil la cual es impredecible, es como el efecto mariposa (El simples) acho de tener una actitud positiva influye tanto a los demás como

a la dinámica de nuestra propia mente. La conciencia no está limitada a lo que ocurre de forma privada en nuestras mentes, sino que es un sistema abierto. Abrirnos a la incertidumbre nos permite influir humildemente hasta en los sistemas más rígidos. Por ejemplo, en las artes marciales orientales uno no se opone con fuerza a la fuerza sino que mediante la acción de palanca hace que el ataque del adversario se vuelva contra sí mismo.



# Autoorganización del caos

#### Vórtices.

"Vórtice es un atractor extraño con pocos grados de libertad". Cuando el agua hierve, el líquido del fondo asciende, y el de arriba baja, formándose una competición caótica. Se dice que el agua ejerce sus máximos *grados de libertad*. Se ha descubierto que al calentar el agua por debajo del punto de ebullición éste se auto ordena en un modelo de *vórtices* geométricos. Para suceder esto, primero se ha de llegar a un punto de bifurcación, que es donde el sistema se transforma. Cada uno de los vórtices que entonces se forman (en este caso de forma hexagonal, ver foto) se enlaza a otras fluctuaciones formando más vórtices, así se amplifica el sistema, *retroalimentándose* a sí mismo.

Otra fase de la retroalimentación consiste en la amplificación de los efectos. Ejemplo: cuando colocamos el micrófono demasiado cerca del altavoz: los pequeños sonidos ambientales son captados por el micro, salen amplificados por el altavoz, vuelven a ser captados por el micro y vuelven a salir todavía más amplificados. (Efecto Mariposa). Los vórtices tienen lugar en la autoorganización de los sistemas caóticos.

Estamos observando dicha autoorganización por todas partes en la naturaleza. Es una autoorganización que aporta al sistema mucha más estabilidad y flexibilidad que cualquier estructura que haya sido creada artificialmente. Este huracán, por ejemplo, es una gran forma

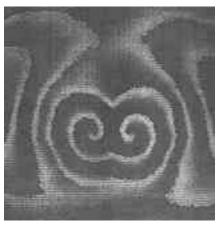
autoorganizada de la naturaleza. Si no fuera por su autoorganización toda la fuerza que lleva cada partícula se perdería al chocar unas con otras, sin embargo las partículas entran en ciclos retroalimentadores y mediante el efecto mariposa se amplifica su velocidad.

En un sistema autoorganizado por individuos, por ejemplo los termes, hay varios niveles de organización. Dependiendo de las circunstancias, de la densidad de la población, etc, las "reglas" cambian. La conducta individual sigue unas reglas, la conducta colectiva sigue otras. Hay que tener en cuenta que la unión del grupo de individuos



no se debe a que un individuo solo o una elite están asumiendo la dirección. A partir de la actividad individual aleatoria se produce una retroalimentación, con lo cual el sistema se autoorganiza; entonces las reglas colectivas (surgidas de la aleatoriedad de las individuales), restringen en determinado grado las reglas individuales. Sin embargo, esta dinámica global del sistema no puede reducirse a la dinámica de sus unidades constituyentes.

Otro ejemplo: La autoorganización puede surgir espontáneamente en sistemas químicos. Se ha observado que en un sistema que debería tender hacia un estado de equilibrio homogéneo, a veces se producen oscilaciones periódicas macroscópicas, formándose sorprendentes estructuras espaciales en forma de ondas espirales. Esto parece incompatible con la segunda ley de la termodinámica, que nos dice que en la práctica la entropía, y por tanto el desorden, aumentan siempre ("La irreversibilidad genera entropía").



En la figura vemos una simulación tridimensional de la reacción de Belousov-Zhabotinski. Las zonas más claras indican una mayor concentración de uno de los reactivos. Partiendo de una mezcla homogénea de sustancias químicas, el sistema se autoorganiza dando lugar a ondas macroscópicas, observables a simple vista, que surgen del desorden molecular.



## El análisis frente a la totalidad

La Tierra se puede comparar con una simple célula humana, con su membrana, mitocondrias, centriolos, corpúsculos basales, y muchas otras partes diminutas que tienen sus funciones, cada una con su propia evolución autónoma, sin embargo todas ellas unificadas, formando una completa interdependencia y una entidad global. Una simple célula es un microcosmos fractal de lo que ha conseguido la vida sobre la Tierra.

Radicalmente diferente de este tipo de visión, la contemplación analítica y fragmentada de la realidad con la que hemos convivido durante tanto tiempo es, a juicio del físico y escritor Fritjof Capra, "inadecuada para tratar con nuestro mundo superpoblado e interconectado". Según él estamos experimentando una "crisis de percepción". La teoría del caos nos sugiere una percepción y una concepción asociada de un mundo de una pieza, un mundo orgánico, sin costuras, fluido e interconectado: el todo. También nos dice que nos podemos encontrar reflejos autosemejantes del cosmos dentro de cada una de sus "partes". Ese punto de vista está naciendo como *antítesis* de la perspectiva mecanicista que estamos teniendo desde hace varios siglos, la cual ya comenzó a generalizarse a finales de la edad media, hasta que con las ecuaciones de Newton se deshumanizó por completo el mundo natural al describirlo como un compuesto de bloques mecánicos en interrelación.

Si hemos de ser objetivos con nuestra perspectiva mecanicista (y ésta, en cierto modo, nos exige serlo) nos encontramos con que es un punto de vista que no cuadra con nuestra naturaleza humana, simplifica excesivamente y desprecia un montón de datos y de "no datos". Como dice el biólogo Brian Goodwin: "

Según la biología actual, los genes determinan organismos, y los organismos son simples y accidentales colecciones de genes que son funcionalmente útiles para nosotros, los seres humanos. Por lo tanto, es perfectamente legítimo modificar la composición genética de un organismo para adaptarlo a nuestras necesidades. Podemos crear gallinas o pavos enormes, aunque esos no puedan reproducirse ni vivir una vida normal. Cambiarlos de ese modo resulta aceptable. Pero tales cosas están hiriendo profundamente nuestra relación con el mundo natural y de unos con otros, porque eso significa que todo en la vida se mide por el rasero de la comodidad. Esto me anima a pensar en el otro como un simple montón de células y genes. Estos tienen un valor comercial y potencial, y eso, para mí, equivale al suicidio. Los organismos no son únicamente meras máquinas de supervivencia. Tienen un valor intrínseco, y son dignos de él, como las obras de arte.

"Este texto insinúa que hay un montón de valores subjetivos que, según la perspectiva mecanicista y analítica, deberían no importarnos a nivel de ciencia y de desarrollo tecnológico. La perspectiva mecanicista es una visión reduccionista, que nos trata a nosotros y a la naturaleza como objetos manipulables. Por otro lado es la base de grandes desarrollos científicos y tecnológicos, o por lo menos, eso nos parece a nosotros a nivel sincrónico, ya que sólo podemos ver el desarrollo de la humanidad a corto plazo. No sabemos si la tecnología actual realmente nos está ayudando, o si dentro de varios siglos, vamos a llegar a un callejón sin salida para la tecnología, cuando la ciencia no será capaz de descubrir nada que arregle los desastres que ella misma ha generado.

Uno de los ejemplos típicos de las limitaciones actuales de la ciencia es el problema de los tres cuerpos. La solución aceptada hoy en día no va más allá de las meras aproximaciones insatisfactorias: se hacen una serie de cálculos relativos a los efectos del tercer cuerpo sobre los otros, y se suman. Estas estimaciones aproximadas son la llamada teoría de la perturbación. En Padrón, J. (Comp.) (2003): Antología de Epistemología y Metodología en la Web. CD Rom. Caracas: LINEA-I

Poincaré se dedicó a profundizar en este problema y vio que en muchísimos casos las estimaciones científicas acerca de la órbita de un asteroide o de un planeta eran bastante aproximadas (por lo menos en el sistema solar): la débil atracción de un segundo planeta sobre otro era casi despreciable y sobraba con sumar un valor aproximado para calcular una órbita. Pero también descubrió que bajo ciertas condiciones críticas las pequeñas correcciones empezaban a acumularse, realimentándose, hasta que su efecto total sobre la órbita de un cuerpo conseguía que éste se tambaleara entrando en *resonancia*, o que incluso saliera violentamente despedido fuera del sistema solar. Esto se debe a los efectos no lineales de la retroalimentación: los planetas no pueden ser tratados como si sus efectos fueran esencialmente independientes y "sumables" los unos a los otros.

La unidad caótica está llena de particularismos, activos e interactivos, animados por retroalimentaciones no lineales y con la capacidad de producir cualquier cosa, desde sistemas autoorganizados hasta autosemejanzas fractales, pasando por el desorden caótico impredecible. En esta visión del mundo como unidad caótica se celebran los mismos fenómenos que fueron despreciados como liosos y fortuitos en el paradigma mecanicista.

Veamos un par de ejemplos de la unidad caótica de la Tierra : Un bosque (u otro sistema natural) puede llegar a ser muy flexible y adaptable debido a su rica red de rizos retroalimentadores que interactúan con el medio constantemente. Algunos bosques, incluso, se han ajustado a cambios drásticos. Pero cuando este sistema caótico se desestabiliza (porque empezamos a talar bosques, por ejemplo), la conducta no lineal puede hacer que su dinámica cambie abruptamente o que incluso se colapse. Ya tenemos el ejemplo de tierras sobre las que hace años hubo ricos bosques que creaban su propio microclima y ellos mismos hacían que las condiciones les fueran favorables, sin embargo, ahora no se puede plantar ni una sola planta ahí. Cortar un árbol puede significar que el bosque se quede con un árbol menos. Cortar diez árboles también. Pero cortar mil árboles puede no significar que el bosque se quede con mil menos, sino que a partir de ahí se extingan todos. Los procesos naturales de la Tierra son indivisibles y constituyen un holismo capaz de mantenerse y alimentarse, al menos que en el sistema caótico intervenga algún factor que lo desestabilice.

En la atmósfera de nuestro planeta hay considerables cantidades de metano. Por lógica, todo el metano y el oxígeno libres deberían haber entrado en una reacción de combustión. Como Lovelock remarcó, metano, oxígeno, sulfuro, amoníaco y cloruro de metilo están en la atmósfera en diferentes niveles de concentración de lo que podríamos esperar que ocurriera en una probeta. Lo mismo ocurre con el porcentaje de sal del mar. Estas concentraciones aparentemente extrañas resultan ser las óptimas para la supervivencia de la vida sobre la Tierra, es decir, la Tierra se comporta como un ser vivo, con los bosques, los océanos y la atmósfera como sus órganos. (y los animales - las bacterias)

Cuando un automóvil (fruto de la visión mecanicista) se avería, buscamos la parte averiada. Es una parte la que hace que todo el coche deje de comportarse como una unidad (porque por mucho que metamos la llave no arranca). Pero en los sistemas caóticos, como son las familias, las sociedades o los sistemas ecológicos, el problema se desarrolla siempre a partir de todo el sistema, nunca a partir de una "parte" defectuosa. Siempre es necesario tener en cuenta todo el contexto en el que se manifiesta un problema. Como Lovelock señala, él nunca hubiera sido capaz de adivinar que el cuerpo regula su propia temperatura, si sólo tuviera que examinar las células individuales, y no su interacción retroalimentadora global. Igualmente, en este momento no sabemos qué significaría para la capacidad creativa de la conciencia humana trabajar como un todo a través de todo el planeta, en vez de contemplarnos como individuos aislados que interaccionan. Estamos acostumbrados a enfrentarnos a los problemas mediante la conquista o la negociación, pero estas medicinas mágicas casi nunca tienen el efecto esperado.

Según estudios psicológicos, parece ser que la naturaleza del ser humano no es la de individuos aislados, sino la de funcionar como una totalidad. Puede que eso no sea simplemente una tendencia cultura (como la como de com

masiva de rehenes se sienten, consciente o inconscientemente, culpables por no haber muerto ellos en lugar de los otros. En los fundamentos de nuestra psique se halla un sentido de solidaridad con toda la especie humana.

El modo de ver el mundo que está naciendo (o renaciendo) se fundamenta en el respeto a la complejidad caótica del cosmos que nos alberga, sin intentar ser nosotros el centro del mundo, ni intentar nombrar tal centro. Experimentar la solidaridad con todo el universo tiene mucho que ver con el hecho de liberarnos a nosotros mismos del hábito de pensar que somos fragmentos inconexos, con dejar de poner énfasis en el yo aislado y en la conciencia de que sólo podemos conocer individualmente, tiene que ver con la necesidad de cambiar la perspectiva de una lucha heroica e individual, y sustituirla por otra de colaboración y codesarrollo, tiene que ver con la necesidad de dejar de ver la naturaleza como un conjunto de objetos aislados y experimentar que somos un aspecto esencial de la organización de la naturaleza; que el observador siempre es parte de lo que observa; hemos de sustituir la atención exclusiva que le dedicamos a la lógica, el análisis y la objetividad, para aprender a razonar estéticamente, reconociendo los límites del pensamiento analítico. En lugar de obsesionarnos por el control y la predicción hemos de sensibilizarnos hacia el cambio y lo emergente. Parece inútil intentar aumentar infinitamente nuestro control sobre la naturaleza. Comprendiendo la influencia sutil nos podemos convertir en participantes del planeta.



#### CONTROL

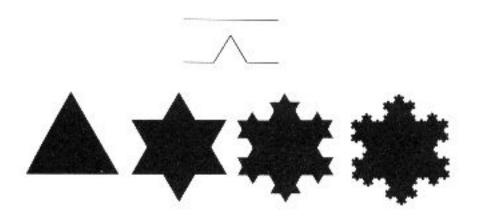
Los sistemas caóticos son muy flexibles. Si tiramos una piedra al río, su choque con las partículas del agua no cambia el cauce del río, sino que el caos se adapta al cambio. Sin embargo, si el río hubiese sido creado por nosotros con un orden artificial, donde cada partícula de agua tuviera una trayectoria determinada, el orden se hubiera derrumbado completamente. El caos, en realidad, es mucho más perfecto que nuestro orden artificial; hemos de comprender el caos y no intentar crear un orden rígido, inflexible, cerrado a la interacción con el medio.

Siempre hemos estado obsesionados por el control, creemos que cuantas más técnicas creemos, más control tendremos sobre el mundo. Pero con cada tecnología nueva que introducimos se nos echan encima un montón de problemas, para cada uno de los cuales hemos de inventar nueva tecnología. Si tiramos una piedra en el río que estamos tomando como ejemplo, el cauce no cambia, pero si tiramos una roca gigante la flexibilidad del sistema no será suficiente. Es lo que ocurre en la Tierra: es un sistema caótico: siempre cambiante y adaptándose, pero si nos pasamos el sistema cambiará impredeciblemente o colapsará. Un ejemplo son los problemas con la capa de ozono, el aumento de la temperatura global y el deshielo, problemas con los recursos como el petróleo, etc.

Aprender a vivir en el caos no significaría aprender a controlarlo, ni a predecirlo. Al contrario: hemos de enfocar la cuestión desde el punto de vista de que *nosotros también somos parte del caos*, no nos podemos considerar como elementos aparte. Desde esa perspectiva lo que podemos hacer es vivir de la creatividad del caos, sin intentar imponernos: si conseguimos realmente formar parte del sistema, el concepto de sujeto y objeto desaparecerán, con lo cual el problema del control sobre un objeto, también.

#### Anexo. Acerca de la derivabilidad.

¿Hasta qué punto es útil la derivación e integración de ecuaciones para predecir los acontecimientos de la naturaleza? En los œltimos años la ciencia cada vez más a menudo choca con ecuaciones donde la derivación no sirve. Hay funciones y trayectorias refractarias que no tienen derivada. Un sencillo ejemplo es el llamado "copo de nieve" (Helge von Koch, 1910), cuyo área es limitado, pero su perímetro es infinito:



funciones no derivables se consideraron como "ajenas a la física". Sin embargo, parece ser que todos los procesos naturales acaban desembocando en este tipo de funciones, hasta hace poco despreciadas como casos raros. Se sugiere que el tiempo y el espacio son fractales, y no lineales. Si es así, al medir algo desde otra escala los resultados dejan de ser los esperados. Hasta ahora la ciencia estudiaba los casos generales, aceptando el hecho de que haya "algunas" excepciones. Ahora parece que lo que se ha estudiado como caso general *es realmente una excepción* más dentro del caos.



## Creatividad

La verdad es algo que se vive en el momento y que expresa nuestra vinculación individual con el todo. No es algo relativo, pero tampoco es una idea que pueda adquirirse y que pueda ser medida con las palabras, como si fuera un punto fijo y estático. A la verdad no se llega mediante la técnica o la lógica, no podemos estar de acuerdo o en desacuerdo con la verdad. La verdad es lo que nos mantiene unidos y cada uno debe hallarla individualmente a partir de las condiciones únicas de su propia vida. La verdad puede ser captada en cualquier lugar y momento, en lo pequeño o en lo grande. Sin embargo nuestra mente llena de convicciones, gustos, opiniones y emociones no siempre nos permite dedicarnos a *observar*, simplemente observar. Nuestros prejuicios, muchos de los cuales tal vez innatos, limitan nuestros grados de libertad para la creatividad. La creatividad puede aparecer, y de echo aparece, en cualquier



momento de nuestras vidas. Si, por ejemplo, al contemplar un árbol, hacemos una abstracción de nuestro conocimiento de los árboles y vemos un árbol absolutamente nuevo, las desviaciones únicas de sus ramas, sus nudos y retorcimientos, los juegos de aire y de la luz entre sus hojas; en este momento estamos contemplando *la verdad del árbol*. "La existencia está más allá del poder de las palabras para definirla. Pueden usarse términos, pero ninguno de ellos es absoluto" (Lao Tsé).

A veces un momento de clara intuición nos hace exclamar: "¡Ya lo tengo!". Puede ser un momento en que vemos algo que

puede ser trivial para cualquier otro, pero en nosotros ha originado un *punto de bifurcación* en el sistema caótico que forma nuestra mente, que cambia nuestras perspectivas para apoderarnos de la autenticidad de nuestra experiencia de la vida.

Una vez alcanzado dicho punto de bifurcación, se abre el flujo a la creatividad en el cual la autoconciencia desaparece, el tiempo psicológico se desvanece o se llena por completo, la actividad nos absorbe completamente. Se es perfectamente consciente del momento y de lo que ocurre y no existe en la mente ni la menor preocupación por la posibilidad de equivocarse. Se ha llegado a un punto de autoorganización del caos.

En estos momentos de creatividad nuestro "yo" ya no es el que nos ha creado la sociedad, ese yo cargado de categorías, nombres, máscaras, experiencias, sino que es un yo caótico, flexible, que también es el "no yo", porque está conectado con el mundo, en cierto modo ha traspasado las barreras de la individualidad. De hecho los trastornos mentales no son una realidad caótica, como parece, sino todo lo contrario: son un yo rígido y cerrado al mundo.

En la creatividad caótica es muy importante la diversidad. Cuando se agrupan distintos individuos (distintos (sub)sistemas caóticos) se forma un tremendo potencial creativo: se unen, cada uno con su propia creatividad autoorganizada, para perder algunos grados de libertad, pero descubrir otros muchos nuevos. Es interesante el hecho de que si se juntan varios sistemas caóticos los grados de libertad aumentan, mientras que si se tienen que juntar varios sistemas donde rige un orden artificial, los grados de libertad disminuyen mucho, si es que queda alguno.

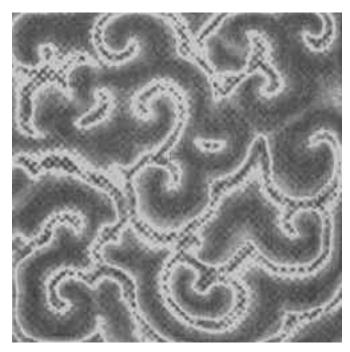


## Complejidad y simplicidad; Intermitencia

Se ha demostrado que en el caos determinista de sistemas dinámicos simples subyace un orden oculto tras sus fenómenos manifiestamente complicados y aleatorios. Estos fenómenos caóticos, pese a su carácter determinista, son impredecibles.

En los sistemas no lineales hay propiedades emergentes, que aparecen como resultado de la interacción entre sus partes y que no pueden explicarse a partir de las propiedades de sus elementos componentes.

Pero la complejidad no es, necesariamente, sinónimo de complicación. Sólo habría que enfocar el mundo desde una visión basada en la no linealidad. Tanto la geometría como la dinámica de muchos sistemas naturales (y, en efecto, caóticos) se pueden abordar desde enfoques simples.



Simulación por ordenador de poblaciones de presas y depredadores.

La hipótesis de la frontera del caos establece que la complejidad aparece en unas condiciones muy especiales, conocidas como puntos críticos, o puntos de bifurcación.

En dichos momentos orden y desorden coexisten, formándose estructuras fractales que se caracterizan por presentar un aspecto autosemejante a diferentes escalas. Por ejemplo, en la figura se ve una simulación de poblaciones de presas y depredadores: la estructura es fractal.

#### Intermitencia

En el caos siempre existe la paradoja. Y la paradoja aquí es que lo simple y lo complejo parecen ser reflejos lo uno de lo otro: son dos cosas inseparables. Los fractales matemáticos están generados por fórmulas muy simples, pero son figuras de inagotable complejidad.

Intermitencia es la situación en que lo simple y lo complejo se alternan constantemente. Por ejemplo, incluso en amplificadores electrónicos de gran precisión ocasionalmente se producen cortas descargas de electricidad estática. Eso no se debe a una interferencia externa sino a los resultados de los efectos no lineales dentro del circuito, produciéndose períodos de caos. Con la aparición de relojes atómicos de precisión se descubrió que la Tierra sufría alteraciones en su rotación: el paso del "tiempo" de la tierra no es perfectamente regular porque de vez en cuando aparecen estallidos intermitentes de caos. También el cuerpo humano presenta gran variedad de ejemplos de intermitencia. Uno es que se ha demostrado que un poco de caos es necesario para que el sistema inmunológico funcione de forma eficiente.

Intermitencia no sólo significa que el caos surja del orden sino también que el orden puede surgir en el caos, como se ha visto anteriormente. Aquí surgen algunas preguntas interesantes: "¿Aparece el caos porque la conducta regular se rompe temporalmente? ¿O es el orden regular realmente una ruptura del caos que subyace en la realidad? ¿O bien es esa intermitencia la verdadera manifestación de la complejidad caótica?"

Intermitencia en las matemáticas. Entre los números irracionales están algunos muy importantes, números que parecen ser inherentes a la naturaleza, como es el número pi, o raíz de 2. Son números de complejidad infinita que aparecen dentro del sistema regular de números racionales. Son una forma de intermitencia.

Si permitimos que un sistema simple se desarrolle de modo crecientemente complejo, de tal forma que su orden interno se enriquezca cada vez mas, llegaremos a un límite donde la complejidad se vuelve infinita y el sistema parece totalmente aleatorio, contrario de cualquier orden.

La aleatoriedad y complejidad infinita a efectos prácticos son lo mismo. Muchos artistas utilizan la aleatoriedad como germen o como camino hacia nuevas formas. La casualidad incluso puede ofrecer una clave para descubrir pautas más profundas en un sistema caótico. Se podría decir que la pura aleatoriedad es lo mismo que la información infinita: algo muy complejo, que si se mira desde la perspectiva de la paradoja tal vez será visto como algo muy simple.

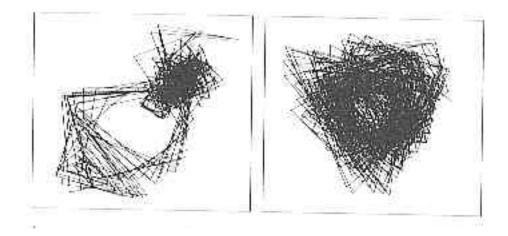


## El caos en el cuerpo humano

El cuerpo humano también es un sistema caótico. Está claro que es imposible predecir el recorrido que una partícula cualquiera tendrá dentro de nuestro cuerpo. También está claro que la medicina todavía no puede hacer una predicción acerca de la evolución del cuerpo de determinado individuo. Sin embargo, el cuerpo humano, a pesar de las muy diferentes condiciones externas a que puede estar expuesto (clima, alimento, esfuerzo físico, etc), siempre mantiene una forma general. Es tan resistente a cambios (dentro de lo que cabe) porque los sistemas caóticos son muy flexibles. Una enfermedad es algo impredecible, pero si el cuerpo no tuviera la libertad de ponerse enfermo, con cualquier cambio producido, el sistema se desmoronaría.

Hasta tal punto es flexible dicho sistema, que mantiene una forma más o menos parecida durante más de 70 años, a pesar de que ningún átomo de los que hoy forman nuestro cuerpo era el mismo hace 7 años. La explicación de que un sistema tan impredecible como el cuerpo humano sea tan estable está en que es un *atractor extraño* y está lleno de atractores extraños. (Ver atractor extraño en las matemáticas.) El sistema siempre es atraído hacia un determinado modelo de conducta, si cambiamos algo en el sistema éste vuelve cuanto antes hacia el atractor extraño. Esto no significa que la conducta sea mecánica, todo lo contrario: es impredecible. Sólo sabemos hacia dónde va a tender.

Por ejemplo, en el corazón la conducta atractora es el disparo de una secuencia de neuronas. Conocemos aproximadamente el ritmo que debería tener el corazón, pero éste siempre tiene pequeñas irregularidades. Estas pequeñas alteraciones son una señal de salud del corazón, una muestra del vigor del sistema caótico, que es flexible a los cambios. El caos permite al corazón un abanico de comportamientos (grados de libertad) que le permiten volver a su ritmo normal después de un cambio. A continuación se ven dos gráficos: el primero muestra un comportamiento de un corazón sano, el segundo es de un corazón enfermo, que con el más pequeño cambio se pararía.



Un organismo sano, animal o vegetal, es un atractor extraño, cada uno con su particular grado de libertad y grado de regularidad.

Boyan Ivanov Bonev				
En Padrón, 1. (Comp.) (2003)	u Ambalania da Frinta	malagía v Matadala	orio en la Web. CD.D.	one Courses LINEA I



## El caos aplicado a la inteligencia artificial

El ejemplo de las hormigas se puede comparar con una *red neural fluida* en la inteligencia artificial (IA). La fluidez en un sistema caótico se manifiesta cuando las conexiones entre elementos cambian con el tiempo como consecuencia del movimiento al azar o por otras causas. Un elemento (una hormiga, una neurona) que está inmóvil puede volver a la actividad ya sea por interacción o de forma espontánea, siendo las actividades espontáneas totalmente caóticas. Así, a baja densidad de elementos, las fluctuaciones serían muy irregulares porque habría poca interacción y los elementos no propagan bien sus cambios. A grandes densidades las fluctuaciones del sistema se tornan periódicas: la activación de un elemento se propaga en forma de onda. Pero entre ambos extremos (irregularidad y periodicidad) existe una densidad crítica, un punto de bifurcación, en el cual la información transmitida se hace máxima.

La computación (la capacidad de un sistema complejo para captar y procesar información) a menudo aparece en la naturaleza cuando un sistema caótico llega a un punto crítico. (¡Es curioso que todos los sistemas caóticos tienden a evolucionar hacia su punto crítico!). Para procesar información se necesita un cierto grado de orden interno, que permita almacenar temporalmente cierta información. Pero la información ha de ser manipulable, por eso el desorden es necesario, para permitir la fluidez del sistema caótico.

La idea de introducir la aleatoriedad en los sistemas de IA también se puede observar de otro modo. En la teoría del caos *la aleatoriedad es simplemente algo que no comprendemos por qué pasa*, es una pequeña porción del fractal que forma el mundo. Teniendo en cuenta las propiedades de los fractales (autosemejanza a diferentes escalas) es posible coger esa porción de fractal y, estudiándola desde una escala adecuada (es decir, descubriendo un punto crítico), descubrir el contexto de la información dentro del sistema fractal. Tal vez nuestras mentes funcionen así: cada vez más se habla de aleatoriedad en el cerebro.

En estado de normalidad cerebral convergen dos aspectos: orden (en las ondas cerebrales) y desorden. Las ondas son aperiódicas pero permiten, al propagarse por la corteza , sincronizar miles de millones de neuronas de forma ordenada. El cerebro es un sistema caótico en punto crítico, capaz de procesar la información captada (haciendo uso de la aleatoriedad, tal vez...)



## El caos en la naturaleza

Las formas fractales se observan en todo lo que es natural, y a todas las escalas.



Esta imagen es de un fractal: parece un helecho, pero en realidad simplemente es un gráfico de puntos esparcidos caóticamente por la reiteración de una fórmula no lineal.

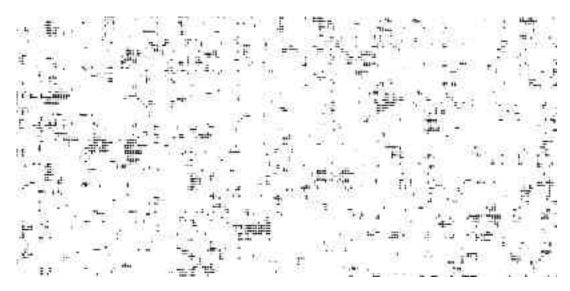
En las dos siguientes imágenes se pueden observar dos dibujos (por cortesía de Julia Boeva) cuya estructura fractal se debe a una mezcla aleatoria de diferentes pinturas. Como resultado de esta mezcla la imagen fractal resultante se asemeja, tanto en detalle como en conjunto, a un paisaje natural.



Parece que el mundo de los fractales numéricos y el mundo fractal material forman parte de un mismo fractal, puesto que contienen formas **casi** idénticas. El mundo entero es un fractal que se autoasemeja a diferentes escalas. Sin embargo los fractales matemáticos son mucho más simplificados. A menudo la naturaleza ofrece un desafío a la descripción: las autosemejanzas de sus formas están combinadas con una inagotable novedad, que no puede ser descrita ni siquiera por algoritmos no lineales.



Tomemos ahora como ejemplo la caída de los árboles de la selva. Cuando un árbol cae deja un claro por donde entra la luz, las condiciones cambian, la vegetación se ve muy afectada. Otras veces, al caer un árbol, arrastra a otros, formándose claros de cientos de metros cuadrados. El dibujo que forman los claros de la selva formados por la caída de árboles representan una estructura fractal de un sistema en punto crítico.



(Los puntos negros son los claros de la selva)



# Otro ejemplo: La autoorganización de las colonias de hormigas.

Su comportamiento global sorprende: si contamos el número de individuos activos, a lo largo del tiempo, comprobaremos que el número fluctúa con una periodicidad de unos 25 minutos. Cada cierto tiempo ningún elemento está activo. Ese ciclo de actividad podría ser sólo un reflejo de sincronización, sin embargo la actividad individual es totalmente aperiódica, caótica, sin ningún tipo de regularidad intrínseca.

Al aumentar el número de individuos aparece un comportamiento colectivo hasta que, para cierta densidad de hormigas, comienzan a aparecer oscilaciones regulares.

Si artificialmente cambiamos la densidad de las hormigas la colonia redefine sus fronteras, para volver a la densidad óptima para mantenerlas autoorganizadas. En esa densidad crítica el sistema se comporta como un todo, a medio camino entre el orden y el desorden.

#### La macroevolución:

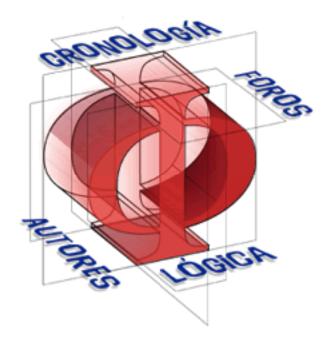
El proceso evolutivo se puede representar en forma de árbol, cuya estructura dendriforme es fractal. Las regularidades que aparecen entre gurpos taxonómicos revelan la existencia de leyes invariantes a cualquier escala taxonómica, propiedad típica de los fractales. El 99,99% de las formas vivientes que han aparecido sobre la Tierra se han extinguido. Veamos si hay alguna ley sobre la probabilidad de extinción de una especie. Si la adaptación confiere ventaja a la especie, cabe presumir que los grupos más persistentes serán los menos propensos a desaparecer. Pero el estudio de los patrones de extinción nos dice que la probabilidad de extinción de un grupo cualquiera se muestra constante a lo largo del tiempendo de probabilidad de extinción de un grupo cualquiera se muestra constante a lo largo del tiempendo de probabilidad de extinción de un grupo cualquiera se muestra constante a lo largo del tiempendo de probabilidad de extinción de un grupo cualquiera se muestra constante a lo largo del tiempendo de probabilidad de extinción de un grupo cualquiera se muestra constante a lo largo del tiempendo de probabilidad de extinción de un grupo cualquiera se muestra constante a lo largo del tiempendo de probabilidad de extinción de un grupo cualquiera se muestra constante a lo largo del tiempendo de la constante de

En su teoría, Van Valen considera que cada especie intenta mejorar su posición dentro del ecosistema: además de interaccionar con el medio físico también interacciona con el ambiente biótico. Un cambio en la situación de una especie induce a cambios en las demás, cuya alteración influirá, a su vez, en la primera, y así en idas y venidas sin fin. Así el sistema evoluciona hacia un punto crítico donde se aprecia que ciertas partes del sistema permanecen inalteradas durante largo tiempo, mientras que otras se modifican con rapidez. La especie cambia sólo para persistir: la selección natural no mejora la adaptación de la especie: sólo la mantiene. Las especies incapaces de cambiar se extinguen.



ILOSOFÍA EN RED Autores Cronología Lógica Glosario Periféricos Enlaces Temarios Foros Lista

Novedades Guías



CIBERNOUS: MAPA Y TERRITORIO DE LA **FILOSOFÍA** 

Proyecto educativo premiado por el Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa (19-12-2000)

Autores - Cronología - Lógica - Foros -Glosario - Temarios -Periféricos - Estadísticas - Lista de correo - Colaboraciones - Enlaces - Novedades - Guías

© 2002 - Elena Diez de la Cortina Montemayor - admin@cibernous.com