LA Teoría de Catástrofes fue inventada por el matemático francés René Thom. Supone una nueva forma de contemplar los cambios bruscos, donde quiera que se presenten: en la naturaleza, en la sociedad, o en nuestra mente. En un campo como las Ciencias Humanas, tan resbaladizo para el análisis, la Teoría de Catástrofes ha proporcionado herramientas para abordar cuestiones muy variadas: cuándo estallará un motín en una cárcel; cuándo caerá la Bolsa, o en qué momento hará crisis un desequilibrio psicológico.

Esta revolucionaria teoría funciona mediante la transformación de conceptos abstractos en unas formas geométricas específicas (las llamadas «catástrofes»). El impacto de esta visión ha sido grande, y ha dado lugar a una de las controversias científicas más importantes de las últimas décadas. Este libro divulgatorio, abundante en ejemplos e ilustraciones, constituye una apasionante introducción a la teoría y sus aplicaciones.

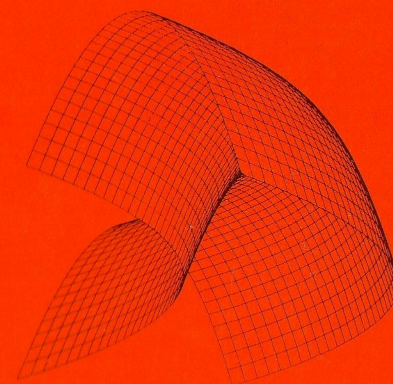
ISBN 84-376-0574-1
9 788437 605746

Alexander Woodcock
Monte Davis

TEORIA DE LAS CATASTROFES

Alexander Woodcock
Monte Davis

TEORIA DE LAS CATASTROFES



CATEDRA
ección teorema

Colección Teorema

Alexander Woodcook
y Monte Davis

Teoría de las catástrofes

SEGUNDA EDICION

CATEDRA
TEOREMA

Título original de la obra: *Catastrophe Theory*
Traducción de Marta Sansigre

Josefa Valcárcel, 27. 28027 Madrid
Depósito legal: M. 29.768-1989
ISBN- 84-376-0574-1
Printed in Spain
Impreso en Anzos, S. A. - Fuenlabrada (Madrid)

Índice

Para A. N. W.

Agradecimientos

Por su tiempo, su interés, sus preguntas y sus respuestas, reconocemos agradecidos la generosa ayuda de:

Art Appel
Donald Beaver
Jack Cowan
Andrew Crider
Selby Davis
Chip Delany
Lee Drickamer
James Eells
Bob Friedricks
George and Marion Goethals
Martin Golubitsky
William Grant, Jr.
John Guckenheimer
Victor Hill
Benoit Mandelbrot
George Marcus
Mead Over
Tim Poston
Regina Rouse
Gilbert Spencer
Gordon Winston
Susan Woodcock

y, naturalmente Christopher Zeeman, y nuestra editora, Nancy Crawford. A ellos y a otros les debemos muchas percepciones; los errores son sólo nuestros.

A. E. R. W.

M. D.

CAPÍTULO 1

Un nuevo tipo de teoría

> El descubrimiento de un fragmento de las matemáticas que cuadra con el mundo de una forma nueva es un raro acontecimiento.
>
> TED BASTIN

La teoría de catástrofes es una nueva forma, polémica, de pensar en el cambio, cambio en un curso de acontecimientos, cambio en la forma de un objeto, cambio en el comportamiento de un sistema, cambio en las ideas mismas. Su nombre sugiere desastre y, efectivamente, la teoría puede aplicarse a auténticas catástrofes tales como el derrumbamiento de un puente o la caída de un imperio. Pero también trata de cambios tan tranquilos como la danza de la luz del sol en el fondo de un estanque y tan sutiles como la transición de la vigilia al sueño.

La teoría es polémica porque propone que las matemáticas que han fundamentado trescientos años de ciencia, aunque han sido poderosas y han tenido éxito, han fomentado una concepción parcial del cambio. Esos principios matemáticos son idealmente adecuados para analizar —porque fueron creados para analizar— el cambio *suave,* continuo, cuantitativo: los cursos suavemente curvados de los planetas alrededor del Sol, la presión continuamente cambiante de un gas mientras se calienta y se enfría, el aumento cuantitativo del nivel de una hormona en el flujo sanguíneo. Pero hay otro tipo de cambio, también, un cambio que es menos adecuado al análisis matemático: el *repentino* explotar de una burbuja, la transición discontinua del hielo en su punto de fusión a agua en punto de congelación, el cambio cualitativo en nuestras mentes cuando «cogemos» un juego de palabras. La teoría de catástrofes es un lenguaje matemático creado para describir y clasificar este segundo tipo de cambio. Desafía a los científicos a cambiar su forma de pensar sobre procesos y sucesos en muchos terrenos.

El creador de la teoría, el Profesor René Thom del IHES (Institut des Hautes Etudes Scientifiques) de Francia, no pretendía provocar una controversia cuando empezó a desarrollar estas ideas hace quince años. Era un matemático puro, con grandes conocimientos de óptica y otras ramas de la ciencia, pero no era especialista en ninguna de ellas. Sin embargo, había pensado profundamente sobre el orden de la naturaleza y sobre cómo se refleja en todas las teorías científicas. Era (y es) lo que solía llamarse un «filósofo natural». Ese término es inusual hoy en día; estamos acostumbrados a términos más especializados, tales como «científico», acuñados alrededor de 1840. Antes de eso, sin embargo, antes de que las fronteras que separan las matemáticas de la ciencia y las ciencias entre sí estuvieran marcadas de forma tan estricta, el término era corriente. Fue como filósofo natural, por ejemplo, como Isaac Newton estableció los cimientos matemáticos de la ciencia moderna, hace trescientos años, en su obra maestra, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica.*

LA MANZANA Y LAS ESTRELLAS

Todo empezó, dice la historia, con una manzana —no la de Eva, sino la que inspiró a Newton, sentado en el jardín en Woolsthorpe en 1666. Naturalmente, este gran logro no fue tan simple, pero estamos encariñados con el símbolo: nos gusta pensar que una explicación de la gravedad, totalmente madura, cayó del árbol del conocimiento.

En realidad, el triunfo de Newton no fue una *explicación* de nada sino una nueva forma de *definir* y *analizar*

los cambios en el movimiento. Newton dio forma definitiva a los conceptos de fuerza, masa y aceleración y afirmó con enorme confianza que el mismo principio gobernaba la manzana caída y los cuerpos celestes. Esta era la culminación de la obra de Copérnico, Kepler y Galileo: una estructura conceptual que daba coherencia a sus hallazgos y un instrumento matemático —el cálculo— para tratar todas las cantidades en cambio continuo. «Newton no mostró la causa de la caída de la manzana sino que mostró una similaridad entre la manzana y las estrellas», escribió el biólogo D'Arcy Thompson hace sesenta años. «Al hacerlo, convirtió viejos hechos en nuevo conocimiento; y se daba por satisfecho si podía englobar diversos fenómenos bajo "dos o tres Leyes del Movimiento... aunque las Causas de esas Leyes no se hayan descubierto aún".»

Tampoco se han descubierto desde entonces. No conocemos la causa de la gravedad, ni de las otras fuerzas fundamentales descubiertas desde los tiempos de Newton. Sin embargo, sus leyes del movimiento y las matemáticas que introdujeron él y su contemporáneo alemán, Leibniz, establecieron la pauta para dos siglos de descubrimientos. Nació la nueva disciplina de la mecánica celeste y los movimientos de la Tierra, la Luna y los planetas se hicieron más predictibles que un reloj. Las minúsculas irregularidades en sus movimientos fueron analizadas con el cálculo y sus descendientes matemáticos, y los resultados señalaron la existencia de planetas desconocidos que fueron descubiertos tal como se había predicho. La aparentemente absoluta certeza de los métodos de Newton ofreció a todo científico una meta muy tentadora: parecía que iba a ser sólo cuestión de tiempo el que la física y luego todas las demás ciencias se hicieran igualmente precisas, cuantitativas y predictoras. J. L. Lagrange, un matemático que hizo mucho por extender y refinar el enfoque newtoniano, expresó los sentimientos de una era de confianza cuando hizo notar que sin duda un avance intelectual de esa categoría sólo tendría lugar una vez: después de todo, sólo había un universo y Newton había revelado sus leyes.

Aquella certeza no podía durar, naturalmente. El siglo XX nos ha enseñado que el universo es un lugar mucho más extraño de lo que imaginábamos, quizá (en palabras de J. B. S. Haldane) más extraño de lo que *podamos* imaginar. Ni el inestable átomo, ni la velocidad constante de la luz encajan en el esquema «clásico» de la física de Newton. Se abrió una brecha entre lo que los científicos estaban observando y lo que podían explicar. En la más pequeña escala, el cambio es repentino y discontinuo: los electrones saltan de un nivel de energía a otro sin pasar por estados intermedios. A velocidades muy altas, los principios de Newton ya no se cumplen: la relación entre fuerza y aceleración cambia, como lo hacen la masa, las dimensiones y el propio tiempo. La física clásica tuvo que ser enmendada con principios nuevos, más comprensivos y sus matemáticas tuvieron que ser complementadas con ideas que anteriormente habían parecido totalmente abstractas. Los resultados fueron la física cuántica y la relatividad, la antimateria y el espacio curvo.

Incluso en terrenos de la experiencia más familiares, la creencia de que todos los fenómenos naturales pueden explicarse en términos de materia y movimiento, fuerzas fundamentales y cambios continuos, es más débil de lo que solía. Ello es cierto respecto a gran parte de la física y respecto a algunos aspectos de la química, ciencia que sólo se hizo firmemente cuantitativa en el siglo XIX. Es mucho menos cierto respecto a la química orgánica y no lo es apenas respecto a la bioquímica. Las ciencias físicas tales como la geología y la meteorología, en las que la complejidad no puede suprimirse mediante idealizaciones, todavía se basan menos en teorías que en descripciones y juicios especializados cualitativos; el hombre del tiempo no pone en duda los principios de Newton, pero también él tiene sus propias leyes empíricas que no pueden derivarse de ellos. En biología, con su riqueza de datos cualitativos, la teoría matemática está todavía en mantillas. Como dice el químico y teórico de ordenadores Christopher Longuet-Higgins, «uno podía enunciar con gran exactitud las leyes que describen el movimiento de una manzana que cae, pero la gente no había explicado todavía cómo crecía una camuesa de una pepita». Y en psicología y ciencia social, la predicción cuantitativa es un sueño remoto.

Con todo, los éxitos de la física y sus consecuencias tecnológicas han sido tan grandes que muchas personas todavía mantienen que otras disciplinas sólo son científicas en la medida en que siguen la pauta marcada por Newton. Insisten en que con datos y tiempo suficiente, podemos pasar sistemáticamente de la física fundamental a la química, luego a la biología, luego al cerebro y a la sociedad. Sólo entonces encajarán todas las piezas sueltas del pensamiento cualitativo. «Toda ciencia es o física o coleccionismo de sellos», dijo el experimentador atómico Lord Rutherford a sus alumnos a principios de siglo. «Lo cualitativo no es sino deficientemente cuantitativo.»

Esta actitud persistió incluso después de que los descubrimientos del propio Rutherford contribuyesen a introducir las abstracciones y paradojas de la física moderna, con sus modelos matemáticos en los que ni la materia ni el movimiento pueden visualizarse. El físico cuántico P.A.M. Dirac escribió: «El principal objeto de la ciencia física no es proporcionar imágenes sino formular leyes... si existe una imagen, tanto mejor; pero que exista o no una imagen es una cuestión de importancia secundaria».

Para René Thom, aunque no le son desconocidas las abstracciones matemáticas, la declaración de Dirac es signo de resignación más que de comprensión. Thom cree que la provisión de algún tipo de imagen, al menos para el ojo de la mente, es de primordial importancia. Para él, nuestra captación cualitativa de la forma y del orden geométrico es más profunda que nuestra captación cuantitativa del número y la magnitud, y no debería ser abandonada. En respuesta a Dirac, escribió:

> ...Estoy seguro de que la mente humana no quedaría plenamente satisfecha con un universo en el que todos los fenómenos fuesen gobernados por un proceso matemático que fuese coherente pero totalmente abstracto. ¿Acaso no estamos en el país de las maravillas? En una situación en la que se prive al hombre de toda posibilidad de... interpretar geométricamente un proceso dado, o tratará de crear, a pesar de todo, una justificación intuitiva del proceso por medio de interpretaciones apropiadas, o se hundirá en una incomprensión resignada que la costumbre con-

> vertirá en indiferencia. En el caso de la gravitación, no hay duda de que la segunda actitud ha prevalecido, porque no tenemos, en 1975, menos razones de sorprendernos ante la caída de una manzana, de las que tenía Newton.

El propio Newton sabía que no había dicho nada sobre la causa de la gravedad. «Yo no invento hipótesis», replicaba cuando se le presionaba en ese aspecto. Hoy conocemos cuatro fuerzas fundamentales —gravedad, electromagnetismo y dos fuerzas diferentes dentro del núcleo atómico—, pero todas ellas son misteriosas. A un estudiante que pregunta «por qué» suele contestársele que la fuerza es un principio explicativo y que no puede ser explicado a su vez. Aprende que si los físicos no son exactamente «indiferentes» a la cuestión, están ciertamente resignados. En el mejor de los casos, tienen la esperanza de que una teoría unificada combine los cuatro misterios en uno solo. Mirándolo más atentamente, el estudiante ve que la visualización ha jugado siempre un papel importante cuando se trataba de misterios. La obra de Newton en física era, en gran medida, geométrica en espíritu; James Clerk Maxwell, cuyas matemáticas transformaron el estudio del electromagnetismo, describió sus fuerzas en términos de un campo que se extendía en el espacio; incluso los más grandes físicos modernos (Einstein no fue una excepción) visualizan con frecuencia las fuerzas como «colinas» y «valles» en un mapa de espacio-tiempo. Como lo expresa Thom, «el dilema que se le plantea a toda explicación científica es éste: magia o geometría». O tenemos que dejar de preguntarnos «¿por qué?» o tenemos que intentar ampliar nuestra intuición de la forma a nuevos niveles, para ver qué procesos y sucesos tienen sus propias formas.

Es posible ver las formas de los procesos dentro del marco tradicional, pero sólo para algunas clases de procesos, los que implican un cambio continuo. En cálculo, la relación entre dos cantidades puede expresarse como un conjunto de puntos en un gráfico, cada uno representando un cierto nivel de x, un cierto nivel de y. Si esos puntos forman una curva suave, continua —del tipo de las que los matemáticos llaman «de buen comportamiento»— entonces el cálculo y las técnicas analíticas que descienden de él hacen posible analizar el proceso, determinar su tasa de cambio en un instante y su cambio total durante un periodo de tiempo, y resumirlo como una ecuación que relaciona x e y. Podemos decir que el proceso está «tocando fondo» o alcanzando el «punto de utilidad decreciente» y enseguida comprendemos la pendiente fatídicamente creciente de la curva de la población.

Pero, como hemos visto, mucha de la realidad no es tan complaciente. Muchos procesos dan gráficos con curvas de un obstinado mal comportamiento: tienen picos, cortes y regiones en las que a un valor de x le corresponde cualquiera de varios valores de y o viceversa. Los planetas viajan por los majestuosos cursos newtonianos, pero, mientras tanto, los vientos se enroscan en huracanes, los pollos alternan con huevos y nosotros cambiamos de opinión. La discontinuidad es tanto la norma como la excepción. Tomemos un ejemplo relativamente sencillo: las propiedades del agua son discontinuas en los puntos de congelación y de ebullición. Un gráfico de su temperatura con el flujo de energía en forma de calor muestra umbrales amplios, abruptos, en esos puntos y ninguna ecuación simple puede relacionar ambas cantidades. No es sorprendente pues, que no haya una teoría física satisfactoria para tales cambios de fase, a pesar de lo que muchos sabemos sobre las moléculas de agua y las fuerzas entre ellas. ¿Cómo difiere el agua, en este aspecto, del cristal, que se ablanda uniformemente al aumentar la temperatura, o del dióxido de carbono, que puede cambiar directamente de «hielo seco» a gas? Puede ocurrir que un enfoque matemático desarrollado para el cambio continuo no sea el mejor método para comprender tales procesos.

¿Qué tipo de matemáticas ofrece Thom en su lugar? La respuesta es: topología, una sutil descendiente de la geometría. En lugar de las líneas rectas, las curvas restringidas y los cuerpos regulares de la geometría griega, la topología se ocupa de todas las formas concebibles, de las formas abstractas y multidimensionales, así como de las que pueden ser dibujadas. Thom es un maestro reconocido de la topología diferencial, un campo especializado que combina esas formas con elementos del cálculo para tratar cuestiones de estabilidad y transformación. La geometría griega era esencialmente atemporal: cualquier triángulo o círculo del mundo real era considerado como una «sombra» imperfecta, mutable, de la forma matemática ideal, eterna. Thom utiliza la topología diferencial para partir de la premisa opuesta: que los cambios de forma (en los procesos así como en los objetos) son reales, y que el objetivo de la ciencia es captar lo que él llama «la incesante creación, evolución y destrucción de formas» del universo.

A causa de su fundamento en la topología, la teoría de catástrofes es cualitativa, no cuantitativa. Del mismo modo que la geometría trataba de las propiedades de un triángulo sin relación con su tamaño, la topología trata de propiedades que no tienen magnitud, por ejemplo, la propiedad de un punto dado de estar dentro o fuera de una curva o de una superficie cerradas. Esta propiedad es lo que los topólogos llaman «invariante»: no cambia ni siquiera cuando la curva es deformada. Un topólogo puede operar con un espacio hepta-dimensional pero no lo hace y no puede medir (en el sentido ordinario) ninguna de esas dimensiones. La capacidad de clasificar y manipular todo tipo de forma se logra sólo renunciando a conceptos tales como tamaño, distancia y tasa. Así, mientras la teoría de catástrofes es adecuada para describir e incluso para predecir la forma de los procesos, sus descripciones y predicciones no son cuantitativas como las de las teorías construidas sobre el cálculo. En cambio, son más bien como mapas sin escala: nos dicen que hay montañas a la izquierda, un río a la derecha y un barranco en algún lugar más adelante, pero no nos dicen a qué distancia está cada una ni cómo son de grandes.

Estas son limitaciones serias de la teoría, pero Thom no sugiere que sus ideas deban reemplazar el enfoque cuantitativo, sino que pueden hacer justicia a aspectos del mundo en los que dicho enfoque tiende a «sisar». Después de todo, los mapas producidos por las teorías existentes hacen del mundo un lugar de pedazos pegados, con suaves curvas y señales de aviso: «Cuidado, umbral», «Proceso del mal comportamiento: teorice bajo su propia responsabilidad», y así sucesivamente. La teoría de catástrofes es un modo de saber qué hay más allá.

Un segundo aspecto de la teoría de catástrofes que, una vez más, nos revela a Thom como filósofo natural, es su adaptación a cuestiones de larga historia sobre las formas que recurren una y otra vez en la naturaleza. Muchas personas se han preguntado, por ejemplo, sobre la similaridad de la configuración de las ramas de un árbol, de un sistema fluvial y una célula nerviosa. ¿Cómo surge esta similaridad cualitativa en tres conjuntos de circunstancias tan diferentes? ¿Se trata de una coincidencia o de una indicación de la operación de un principio común en todos los casos?

Si Lord Rutherford estuviera todavía vivo, probablemente desecharía la cuestión como otro ejemplo de coleccionismo de sellos. Descubramos todo lo que podamos sobre botánica, dinámica de fluidos y neurofisiología, diría, y reduzcámoslo a partículas en movimiento y a fuerzas cambiantes, y luego veremos. Pero Thom adopta un punto de vista diferente:

> La decisión de lo que se considera científicamente interesante es, desde luego, arbitraria en gran medida. La física utiliza hoy enormes máquinas para investigar situaciones que existen durante menos de 10^{-23} de segundo, y sin duda, estamos en nuestro derecho de emplear todas las técnicas posibles... Pero al menos podemos formular una pregunta: muchos fenómenos de interés común, triviales en sí mismos (a menudo hasta el punto de pasar totalmente desapercibidos) —por ejemplo las grietas en una pared vieja, la forma de una nube, el recorrido de una hoja al caer o la espuma en una jarra de cerveza— son muy difíciles de formalizar, pero ¿acaso no es posible que una teoría matemática lanzada para explicar unos fenómenos tan caseros pueda, al final, ser más provechosa para la ciencia?

¿Hasta dónde nos llevaría un análisis tradicional en la explicación de las grietas de una vieja pared? Aparecen como respuesta a varios factores: la diversa resistencia de los ladrillos y de la argamasa en distintos sitios, cambios en la humedad, incluso el asentamiento de la tierra debajo de la pared. Juntos, esos factores producen tensiones que interactúan a lo largo de los años con tal complejidad que sería imposible, incluso realizando las mediciones más precisas y utilizando el ordenador más grande, señalar a una pared nueva y decir: «grietas de tal y tal tamaño aparecerán precisamente aquí, aquí y aquí en las fechas siguientes...»

Sin embargo, siempre que aparecen, las grietas muestran una tendencia a extenderse unas hacia otras, a formar redes características, a formar tipos de uniones específicas. La localización, la magnitud y el momento de aparición de las grietas (los aspectos cuantitativos) están fuera del alcance del cálculo, pero sus líneas de crecimiento y la topología de sus uniones (los aspectos cualitativos) recurren una y otra vez.

¿Y el recorrido de una hoja al caer? Depende en cada detalle de la silueta y curvatura de la hoja, porque ellas determinan la resistencia del aire que encuentra la hoja. Puede ser alterado por la más ligera brisa, incluso por diminutas fluctuaciones en la temperatura y la humedad en su camino desde la ramita hasta el suelo del bosque. Sólo un científico temerario intentaría predecir dónde caería una hoja determinada, por no hablar de su recorrido. Sin embargo, cualquiera que haya caminado por un bosque de Nueva Inglaterra en otoño conoce el lento descender, deslizándose hacia un lado, como una serie de «Ues» aplanadas, de las hojas de arce, y el revoloteo en espiral de las hojas de abedul. No hay dos hojas, no hay dos recorridos, que sean cuantitativamente iguales, pero podemos distinguirlos y reconocerlos por su comportamiento cualitativo.

Podría argüirse que lo que distinguimos o reconocemos es un tema para la psicología no para las matemáticas. Pero para Thom es un signo de un tipo especial de estabilidad de los propios procesos. «Casi cualquier proceso natural», arguye, «exhibe algún tipo de regularidad local... que le permite a uno distinguir elementos recurrentes identificables denominados con palabras. De otro modo, el proceso sería enteramente caótico y no habría nada de lo que hablar».

Esos «elementos recurrentes identificables» pueden ser formas características, como la de un copo de nieve o de una mariposa. O pueden ser etapas características de un

proceso dinámico, como la formación de copos de nieve a partir del vapor de agua o la metamorfosis que convierte a una oruga en mariposa. En cualquiera de los dos casos, tienen la propiedad que Thom llama «estabilidad estructural». Sus rasgos cualitativos son recurrentes, a pesar de que las circunstancias que dan lugar a esos rasgos no son nunca exactamente las mismas en términos cuantitativos. Como señala Thom, toda la ciencia se basa en la suposición implícita de estabilidad estructural. Dos experimentos no darán nunca los mismos resultados cuantitativos, porque las condiciones experimentales no pueden reproducirse exactamente y las perturbaciones externas no pueden eliminarse por completo. No es sorprendente que un segundo experimento produzca mediciones un poco mayores o menores, curvas gráficas un poco más escarpadas o más planas que el primero. Pero si la curva se comba hacia abajo en vez de hacia arriba, si el líquido que se congeló en el primer experimento, hierve en el segundo, algo funciona verdaderamente mal. La ciencia es posible sólo si las observaciones y los resultados son *cualitativamente* repetibles.

El objetivo de Thom es describir el origen de formas, que él llama *morfogénesis*, tomando una palabra usada por los griegos y también por lo biólogos modernos. Para hacerlo, ha creado un lenguaje matemático —la teoría de catástrofes— que se basa en el supuesto de la estabilidad estructural y que hace hincapié en la regularidad cualitativa en vez de hacerlo en la cuantitativa. Thom cree que este lenguaje es suficientemente general como para abarcar el copo de nieve, la mariposa y los procesos que les dan forma, así como los procesos más complejos y altamente organizados por medio de los cuales los términos «copo de nieve» y «mariposa» entran en nuestras mentes y en nuestra habla.

Las teorías existentes sólo se aventuran un poco en la explicación de la *morfogénesis*. Para un proceso simple, un enfoque cuantitativo se basa en la estadística y trata la forma a gran escala como la media o el resultado más probable de muchos sucesos aleatorios. El montón de arena en el fondo de un reloj de arena es un ejemplo de esa forma determinada estadísticamente. Pero cuanto más complejo y altamente organizado es el proceso, menos satisfactoria resulta esta explicación. ¿Pueden explicar las medias y las probabilidades el exquisitamente preciso desarrollo de una semilla fértil —con tierra, agua, aire y luz— que se convierte en un manzano? Y si pueden, ¿cómo pueden dar razón de la creación de nuevas semillas por el árbol? Es fácil ver cómo se disuelve un cristal al cambiar las condiciones, por ejemplo, pero el desarrollo de la semilla de manzana no es reversible: es una serie estable, unidireccional, de cambios.

Otro enfoque cuantitativo se basa en la tendencia de la naturaleza a maximizar o minimizar ciertas cantidades, como la pompa de jabón minimiza la tensión superficial, adoptando una forma esférica con máximo volumen. Estos principios operan, sin duda, también en el desarrollo del manzano, pero ahí son tan complejos que desafían todo cálculo. El árbol parece ofrecer una superficie máxima de hoja al sol, pero minimizar la pérdida de agua al aire; usar un mínimo de energía química para realizar sus funciones metabólicas, pero maximizar sus posibilidades de reproducción, incluso si se pierden todas menos unas pocas de sus semillas.

En respuesta a tal complejidad en la naturaleza, la tendencia tradicional de la ciencia cuantitativa ha sido buscar un mecanismo detallado de control. Muchos científicos piensan que lo hemos encontrado en los genes, que dirigen la síntesis de las proteínas metabólicas y estructurales de todo organismo. Pero también aquí encontramos una brecha entre principio y práctica que ha impedido a las ciencias complejas hacerse tan precisas como la mecánica de los cielos. En palabras de John Tyler Bonner, un experto en *morfogénesis* biológica:

> ... Ha habido grandes avances en el conocimiento de cómo se llega de un determinado gen a una determinada proteína que él estaba programado para concebir, pero ahora nos preguntamos cómo esta proteína o cuántas de estas proteínas producen una gastrulación coherente (la remodelación de una bola de células en múltiplicación, en un embrión) o una pierna perfectamente proporcionada, o un ojo. Necesitamos incluso que dirija toda la estructura y composición de una sociedad de hormigas. El abismo entre esos primeros productos genéticos y unos resultados finales tan complejos es el abismo que se abre delante de nosotros; ése es el punto sensible.»

En la concepción de Thom, el rasgo más llamativo de tales procesos no es su complejidad cuantitativa sino su estabilidad cualitativa. De algún modo, una multitud de procesos se reúnen en un resultado bien definido, incluso con una variación cuantitativa considerable. Una semilla de manzana puede experimentar una amplia gama de temperaturas, humedad, acidez del suelo, y así sucesivamente, pero, si crece, crecerá como manzano, no como cactus ni como enea. Incluso una mutación genética puede ser suprimida con frecuencia por la estabilidad inherente de los procesos biológicos, igual que el manzano puede mantener su función en muchas situaciones posibles de suelo y clima.

Los biólogos y los fisiólogos han reconocido hace ya mucho tiempo la capacidad vital para preservar lo que ellos llaman *homeostasis* (Gr.: «mismo estado»). Por ejemplo, los riñones están especializados en mantener los niveles de fluido y sal de la sangre dentro de unos límites muy estrechos. Uno de los principales biólogos de este siglo, C. H. Waddington, acuñó la palabra *homeorhesis* (Gr., «mismo camino») para los procesos de desarrollo biológico que siguen un curso estable de cambio. Waddington tuvo posteriormente un papel importante en el desarrollo de la teoría de catástrofes y su influencia es clara cuando Thom afirma que la vida es un proceso en el que se transmite estabilidad, no simplemente un ordenamiento dado de genes. «Este conjunto de mecanismos reguladores [homeostasis y homeorhesis], siempre el mismo para cada individuo de la especie, es lo que deberíamos considerar dotación genética.»

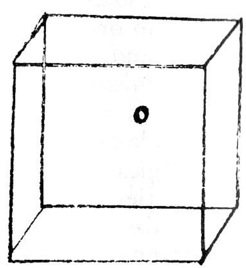
Desde esta perspectiva, la estabilidad química de los genes y la estabilidad ecológica de una especie son parte de la misma teoría. Thom extiende esta noción de estabilidad también a las formas de sistemas inorgánicos. «Si existen el sodio y el potasio», razona,

> es porque hay una estructura matemática correspondiente que garantiza la estabilidad de sus átomos; tal estructura

puede especificarse en la mecánica cuántica para un objeto simple como la molécula de hidrógeno y, aunque el caso del átomo de sodio o de potasio no se comprende tan bien, no hay razón para dudar de su existencia. Pienso que, del mismo modo, hay estructuras formales... en biología que prescriben las únicas formas posibles de que haya una dinámica auto-reproductora en un entorno dado.

El sistema más complejo imaginable es la mente —por definición, puesto que la mente debe ser al menos un grado más compleja que cualquier cosa que imagine. La teoría de catástrofes propone que la estabilidad cualitativa es un atributo necesario del pensamiento; sin ella, el reconocimiento y la memoria serían imposibles. Thom sostiene que nuestros conceptos son modelos matemáticos, mapas topológicos, de los objetos y los procesos que los inspiran. Mientras que algunos matemáticos insisten en que sus ideas son creaciones totalmente libres, Thom adopta una concepción evolucionista: del mismo modo que nuestros cuerpos están adaptados para gatear, andar y correr, y del mismo modo que nuestras manos están adaptadas para agarrar objetos y hacer herramientas, nuestras mentes están adaptadas para concebir topológicamente el mundo en el que los cuerpos, las manos y las mentes han evolucionado.

La discontinuidad y el cambio cualitativo ocurren en todos los aspectos del pensamiento, el lenguaje y la percepción. Cuando se mira fijamente a esta ilusión óptica, el cubo de Necker,



la transición de una forma a otra de verlo es discontinua. Uno no puede pararla a medio camino; uno no puede captar el *circulito* en movimiento desde el centro de una cara a la esquina de la otra. No hay forma de predecir cómo se aparecerá la figura a primera vista, pero la inversión después de unos segundos es siempre la misma. Sean cuales fueren los mecanismos perceptuales en operación, el cambio mismo es estable. Ambas interpretaciones visuales son coherentes. Ambas dan sentido al dibujo.

La posición final de la propia teoría de catástrofes puede ser comparable. Ofrece una forma alternativa de mirar al mundo —no más correcta que la de Newton, quizá más completa y, desde luego, radicalmente diferente. Señala las similaridades cualitativas en una amplia variedad de procesos, del mismo modo que hacen las analogías de la lengua corriente, pero con la ventaja de que sus analogías pueden clasificarse y combinarse rigurosamente, usando unas matemáticas tan bien adaptadas a este objeto como lo estaba el cálculo de Newton para el análisis de relaciones cuantitativas. Durante trescientos años hemos explorado el mundo usando mapas de esas relaciones. Ahora, con los nuevos mapas, existe una probabilidad de ver un nuevo territorio: los paisajes del cambio.

CAPÍTULO 2

El desarrollo de la teoría de catástrofes

> Las ideas imaginativas en las que se origina la obra científica dependen de una receptividad sensible ante lo extraño de la naturaleza esencialmente similar a la del artista. Cuando se proponen por primera vez, con frecuencia tienen la misma cualidad de inesperadas, y quizá de tercas, que, pongamos por caso, el cubismo, el arte abstracto, la música atonal.
>
> C. H. WADDINGTON

Una idea nueva no encuentra necesariamente una acogida más calurosa en ciencia que en arte o en cualquier otra actividad humana. Como la mayoría de nosotros, los científicos están generalmente satisfechos con las ideas establecidas a menos que un problema específico exija nuevos instrumentos conceptuales o matemáticos. Rara vez tienen contacto con matemáticos puros, y a la mayoría de ellos les interesa tanto la filosofía de la ciencia como a la mayoría de los abogados, la filosofía del derecho.

Aunque la creatividad de René Thom en matemáticas puras le procuró honor entre sus colegas hace veinte años, sólo era conocida de un pequeño grupo. Y aunque su filosofía natural era profunda y original, por sí sola no hubiera armado revuelo en ciencia. Pero combinadas en la teoría de catástrofes, las matemáticas y la filosofía están teniendo mucho impacto. El libro de Thom, *Stabilité structurelle et morphogenèse,* se publicó sólo hace unos años, pero la teoría de catástrofes está utilizándose hoy para describir fenómenos tan diversos como las crisis psicológicas y las reacciones químicas. Al mismo tiempo, los críticos niegan que la teoría pueda o deba aplicarse en absoluto. Son unas matemáticas espléndidas, dicen, pero no tienen nada que ver con el mundo real, y las afirmaciones que se han hecho respecto a su amplio ámbito de aplicación y a su posible valor predictivo son «el colmo de la irresponsabilidad científica». En un intercambio de cartas en *Science,* la matemática Marjorie Senechal escribió: «Me fascina el sentido de misión que impulsa a algunos científicos a denunciar a los herejes y las herejías y la facilidad con la que otros abandonan su objetividad y saltan al carro.»

¿Cómo se convirtió la nueva visión abstracta del mundo de Thom tan rápidamente en una herejía y la oposición a ella, en una «causa»? Y ¿cómo su obra en una rama esotérica de la matemática se volvió hacia las aplicaciones detalladas? Para responder a estas preguntas tenemos que volver la mirada a las raíces de la teoría en las matemáticas y la ciencia; a su crecimiento desde principios de los 60 en adelante, que atrajo la atención de muchos científicos incluso antes de la publicación del libro de Thom; y finalmente, a su divergente evolución en el pensamiento de Thom y en el de E. Christopher Zeeman, el matemático inglés que contribuyó al nacimiento de la teoría de catástrofes, ha sido su defensor más activo y está ahora en el centro de la actual polémica.

LAS RAÍCES DE LA TEORÍA

Thom tiene fama desde hace mucho tiempo por la ambición, incluso la temeridad, de sus ideas matemáticas, y por sus éxitos. En 1946, a los veintitrés años, Thom se graduó en la prestigiosa, *Ecole Normale Supérieure.* Esta escuela, durante mucho tiempo un pináculo del sistema educativo francés, sólo concede unas docenas de diplomas cada año en ciencia y en matemáticas. En 1951, Thom escribió su tesis doctoral sobre topología. «Estaba lleno de ideas y de entusiasmo», recuerda un contemporáneo. «Había grandes topólogos en la generación anterior, pero Thom no era discípulo de nadie: tenía más en común con Darboux y Poincaré». (Gaston Darboux fue el principal geómetra francés al final del siglo XIX —un siglo en el que Gauss, Bolyai y Lobachevsky habían creado alternativas a la geometría clásica, tridimensional, euclidiana y Riemann había generalizado su obra en una teoría que preparó el camino para Einstein. A Henri Poincaré, contemporáneo de Darboux, se le ha llamado «el último universalista»: el último matemático que hizo un trabajo de primera línea en todas las áreas de la matemática pura y aplicada y que escribió también para un público profano. Muchos creen que estuvo a punto de adelantarse a Einstein en el enunciado de la teoría de la relatividad.)

Thom publicó pocos artículos, aunque se dice que contenían muchas de las ideas más importantes de los años 50 en topología. Sus colegas le pinchaban para que pusiera por escrito su trabajo, y ganó la fama de preferir la intuición al rigor técnico. «Algunos matemáticos hacen su trabajo como ingenieros construyendo una autopista de seis carriles por el centro de la jungla», dice el matemático Tim Poston, «levantando planos, desbrozando la maleza y demás. Pero Thom es como una criatura de la jungla matemática, que abre una senda y no deja más que unas cuantas marcas en su camino hacia el siguiente hermoso claro».

En un artículo de 1954, Thom expuso el concepto de transversalidad. Comprimido en una cáscara de nuez: la transversalidad se ocupa de los modos en los que las suaves curvas del análisis (el descendiente abstracto del cálculo) pueden intersecarse o «cortarse» unas a otras. Esos cortes pueden ser limpios, o pueden ser matemáticamente chapuceros en una variedad de modos interesantes; la transversalidad demostró que la mayor parte de los cortes son limpios, y dio a los matemáticos un modo de manejar los que no lo son. Muchos problemas que se habían considerado parte del análisis resultaron iluminados por el enfoque topológico de Thom y la transversalidad ha estimulado y unificado una serie de avances matemáticos desde 1954. Hizo posible la teoría de Thom del co-bordismo, por ejemplo, por la que obtuvo la Medalla Fields de 1958 (el honor internacional más elevado en matemáticas), y otros desarrollos tales como la «esfera exótica» de Milnor —una forma hepta-dimensional con propiedades tan sorprendentes para un topólogo como lo serían, por ejemplo, las de un dragón que escupiera fuego para un biólogo.

Thom enseñó en la Universidad de Grenoble hasta 1957, en que se fue a la Universidad de Estrasburgo. Persiguió las implicaciones de la transversalidad y las vinculó a la obra de otros como Hassler Whitney, un topólogo americano del Institute for Advanced Studies de Princeton. Whitney había estudiado las singularidades planimétricas —fenómenos que ocurren si los puntos de una superficie se proyectan sobre otra cuando ambas superficies están topológicamente deformadas.

Además de su significado topológico, «singularidad» tiene otro significado en cálculo y análisis. Ahí, es un punto en el gráfico de una curva donde la dirección o la cualidad de la curvatura cambia. En la Figura 1, las cuatro singularidades (un máximo local, dos mínimos locales y un punto de inflexión) están rotulados: pueden verse que en cada uno la pendiente de la curva es momentáneamente horizontal. El máximo y los dos mínimos se llaman «locales» porque no son necesariamente los puntos más altos o más bajos de la curva, simplemente más altos o más bajos que sus vecinos inmediatos. Estos puntos son de interés en muchas aplicaciones prácticas del cálculo —por ejemplo, si x representa la temperatura a la cual se quema un combustible, e y la cantidad de contaminación; o si x representa la cantidad de presión ejercida en la forja de un metal, e y su resistencia resultante. Hay una disciplina llamada cálculo de variaciones, en el que los matemáticos han desarrollado técnicas generales para localizar esas singularidades (dada la ecuación correspondiente a la curva). Thom se interesó por la relación entre el cálculo de variaciones y las singularidades topológicas de Whitney.

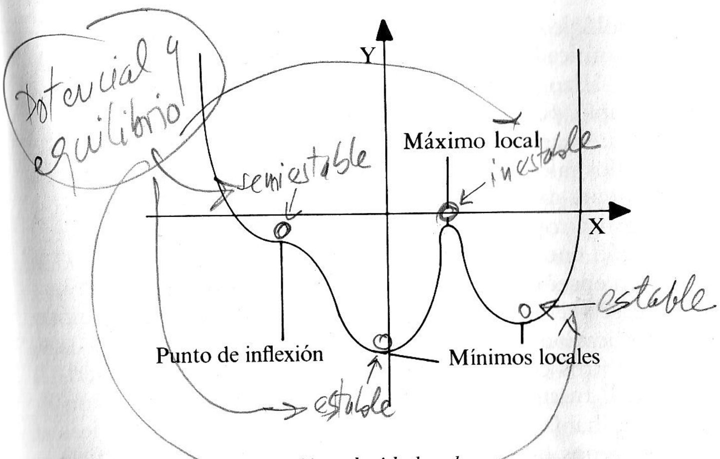


Figura 1. Singularidades de una curva.

No fue él el primero en ver la conexión. En las décadas de 1880 y 1890, Henri Poincaré había relacionado el cálculo y la topología (llamada entonces «análisis situs» o análisis de lugar) para crear una dinámica *cualitativa* y aplicarla a los problemas no resueltos del movimiento planetario. Esto puede parecer extraño; después de todo, la dinámica había sido un campo firmemente cuantitativo desde Newton. Pero los métodos de Newton dan soluciones explícitas sólo para la interacción de dos cuerpos —por ejemplo, el Sol y la Tierra, o la Luna y la Tierra. Cuando hay implicados tres cuerpos o más, las ecuaciones del movimiento no pueden ser resueltas directamente e incluso las soluciones aproximadas requieren procedimientos complejos y tediosos. Finalmente, alrededor de 1800, Pierre Simon de Laplace, el gran matemático y físico conocido como el «Newton de Francia», había intentado mostrar —pero sin éxito— que todas las atracciones entre dos cuerpos en el sistema solar se sumaban para formar un sistema dinámico estable, una gran máquina en perpetuo movimiento que continuará operando para siempre.

Poincaré trató de mostrar que incluso si las soluciones

cuantitativas fueran imposibles, seguiría siendo posible progresar en cuestiones importantes: ¿Vuelve periódicamente un sistema complejo, de muchos cuerpos, a una misma disposición? ¿Una ligera perturbación solamente «toca suavemente» al sistema, o lleva finalmente a un comportamiento cualitativamente diferente, como por ejemplo, que un planeta siga un curso en espiral hacia el Sol, o que choque con otro planeta? Aunque no satisfizo las esperanzas que había tenido anteriormente Laplace, Poincaré inauguró un valioso nuevo enfoque. Sus colegas matemáticos vieron su valor, pero lo consideraron arbitrario, porque estaba adaptado a un problema físico determinado, en lugar de ser parte de un método general: lo calificaron de «tan nuevo, tan perfecto... y tan difícil de seguir». Gaston Darboux, el biógrafo de Poincaré, explicó: «Poincaré era un intuicionista. Una vez que había llegado a la cumbre, nunca rehacía sus pasos. Se daba por satisfecho con haber aplastado las dificultades y dejaba a otros las penas de trazar los caminos reales que llevarían con mayor facilidad al objetivo.» Como lo resumió E. T. Bell, un historiador de las matemáticas, en 1937:

> Gran parte de la obra de Poincaré en sus investigaciones astronómicas era cualitativa más que cuantitativa, como corresponde a un intuicionista y esta característica le llevó, como había llevado antes a Riemann, al estudio del análisis situs. Sobre éste publicó seis famosos informes que revolucionaron la materia tal como existía en su tiempo... *Modernizó* el ataque (a los movimientos planetarios); en realidad, su campaña fue tan extremadamente moderna para la mayoría de los expertos en la mecánica celeste que incluso hoy, cuarenta años o más después de que Poincaré iniciase la ofensiva, pocos han dominado sus armas y algunos, incapaces de tensar su arco, insinúan que es inútil en un ataque práctico.

Que no era inútil quedó claro en aquel mismo año, cuando dos matemáticos rusos, Andronov y Pontryagin, desarrollaron las ideas de Poincaré en una definición general de la estabilidad estructural. Crearon cuestiones matemáticas a partir de las cuestiones físicas de Poincaré. Dadas las ecuaciones que describen cualquier sistema dinámico, dijeron, la cuestión crucial era cómo se distribuían topológicamente las soluciones estables de dichas ecuaciones. ¿Era un estado estable del sistema parte de una gama continua o una «isla» rodeada de inestabilidad? ¿Un cambio cuantitativo pequeño alteraría las soluciones ligeramente o produciría unas nuevas muy diferentes o no dejaría ninguna? Aproximadamente por aquellas fechas, el topólogo americano Marston Morse estaba renovando el enfoque topológico al cálculo de variaciones, haciendo posible hallar los máximos o mínimos de familias enteras de curvas. El origen de su obra se remonta a la de Poincaré y se proyecta hacia la de Hassler Whitney, su colega más joven y su sucesor en el IAS.

Así pues, la combinación de Thom de la topología y el análisis no carecía de precedentes ni tampoco su interés en los procesos físicamente estables e inestables. Dio muchas vueltas al significado de la estabilidad estructural, examinando singularidades de dimensión más elevada que las que había examinado Whitney. Experimentó con los fenómenos ópticos denominados «cáusticas», figuras creadas cuando la luz es reflejada por un espejo imperfecto o refractada por lentes imperfectas, tales como las gotitas de lluvia en el aire (la forma del arco iris está determinada por cáusticas). En el extremo de una cáustica, la intensidad de la luz alcanza un valor máximo y baja repentinamente. Para Thom, las cáusticas constituían sorprendentes revelaciones visuales de singularidades en las ecuaciones de la óptica, singularidades que reaparecían en las ondas de choque y en otros fenómenos discontinuos, generando formas similares una y otra vez.

También la mente de E. Christopher Zeeman, profesor de matemáticas en la Universidad de Cambridge, estaba ocupada por la topología y la estabilidad. Alrededor de 1960, Zeeman publicó varios artículos sugiriendo que los modelos topológicos podían tender un puente sobre el abismo entre los hallazgos cuantitativos de la neurofisiología y las descripciones cualitativas de la psicología. ¿Podía este tipo de modelo del cerebro, se preguntaba Zeeman, describir la fusión de los impulsos de los miles de distintas células sensibles a la luz de la retina, en un campo visual continuo, coherente?

Algo más joven que Thom, Zeeman había servido como oficial de aviación en la RAF antes de iniciar sus estudios en Cambridge. Recibió el doctorado allí en 1954, y se especializó en una rama de la topología llamada «teoría de nudos», una disciplina aún más enredosa de lo que su nombre sugiere, sobre todo cuando la cuestión es como «desatar» un nudo deca-dimensional manipulándolo en un espacio de dieciséis dimensiones. Las especulaciones tempranas de Zeeman sobre modelos del cerebro eran sólo medio en serio; en 1976 escribió que sus artículos sobre la cuestión «no eran muy buenos, pero tuvieron la virtud de volver la atención de René Thom hacia la biología y de ser responsables en parte, de la creación de la teoría de catástrofes». En las ideas de Zeeman, y en cierto grado, en las de pensadores contemporáneos, tales como los estructuralistas Claude Lévi-Strauss y Noam Chomsky, que estaban transformando la antropología y la lingüística, Thom encontró corroboración para su creciente convicción de que el pensamiento y el lenguaje están formados por profundos principios de estabilidad estructural del mismo modo que los procesos físicos.

La amistad que se había iniciado entre Thom y Zeeman en unas conferencias matemáticas, fue creciendo. Aunque eran opuestos física y temperamentalmente —Thom rechoncho, con el pelo corto, aparentemente ceremonioso y reservado; Zeeman más alto, con una barba y un cabello espesos, entusiasta y voluble— ambos eran unos rebeldes intelectuales. Compartían, por ejemplo, la creencia en la importancia de la intuición espacial que llevó a Thom a oponerse a la sustitución de la geometría por la teoría de conjuntos y el álgebra en las «nuevas matemáticas» en las escuelas primarias. También compartían la fascinación por la variedad y la recurrencia de formas en la naturaleza.

En 1963 Thom dejó Estrasburgo para entrar en el IHES en Bures-sur-Yvette, cerca de París. El *Institute* no tiene alumnos pre-graduados, pero el gran calibre de sus miembros atrae a estudiantes graduados y a profesores visitantes de todo el mundo. Sus caminos boscosos, donde tienen lugar seminarios ambulantes cuando el tiempo lo permite, hicieron recordar a un visitante escenas de una novela de Hermann Hesse; «es un poco surrealista», recuerda, «mirar al tablón de anuncios y leer: grupos automórficos, 15 h., bosque Ste.-Marie».

Al año siguiente Zeeman se fue de Cambridge a Coventry, donde le habían contratado para dirigir el departamento de matemáticas de la nueva Universidad de Warwick, cuya apertura estaba prevista para 1965. Pero para cuando abrió Warwick, Zeeman había fundado un Instituto de Matemáticas que estaba ya bien establecido y creciendo, con un núcleo de profesores atraídos desde Cambridge. Al principio, el Instituto consistía principalmente en un cartel delante del despacho de Zeeman, una casa particular transformada en oficina. Desde entonces se ha convertido en un centro de investigación de altura internacional y sus conferencias anuales han atraído a muchos de los mejores matemáticos del mundo. Aunque bulliciosa, la industrial Coventry no puede competir con los encantos de París o de Río de Janeiro, donde se encuentra el igualmente prestigioso *Instituto de Matemática Pura e Aplicada:* la Universidad está situada en unos terrenos ondulados a unos kilómetros de la ciudad, con el Instituto de Matemáticas ligeramente apartado, sobre una colina. «Zeeman ha sido un genio en la administración del Instituto y en conseguir apoyo para él», dice un admirado colega. «La década de los 60 fue un momento de crecimiento para todas las universidades nuevas de Inglaterra, pero Warwick destaca entre todas y un factor importante ha sido el enorme éxito del Instituto de Matemáticas.»

EL DESARROLLO DE LA TEORÍA

Otro estudioso inglés que jugó un papel importante en el desarrollo de la teoría de catástrofes fue C. H. Waddington, profesor de genética animal en la Universidad de Edimburgo y presidente de la Internacional Union of Biological Sciences. Waddington se había anticipado en partes importantes al pensamiento biológico de Thom y fue el primer científico de categoría que aclamó la teoría de catástrofes.

En una larga y distinguida carrera que duró cerca de medio siglo, desde 1930 hasta su muerte, en 1975, Waddington había trabajado en paleontología, embriología, genética y evolución. Su primera investigación fue un estudio de los amonites antiguos (moluscos con concha espiral relacionados con el nautilo de cámara) en cuyos fósiles, escribió, «todo el proceso de desarrollo se ha preservado, de modo que uno no puede evitar examinarlo». Su carrera posterior puede considerarse una exploración del desarrollo en el sentido más amplio: el desarrollo de las especies a través del tiempo, de los embriones antes del nacimiento y de los rasgos genéticos.

En los años 30, Waddington era un embriólogo experimental en Cambridge. Fue el primer investigador que mantuvo embriones de mamífero en el laboratorio. Con Joseph Needham, Jean Brachet y otros, estudió los procesos de morfogénesis que transforman una bola aparentemente uniforme de células en una estructura de capas de tejidos diferenciados. Estas investigaciones revelaron mucho sobre las señales químicas de la morfogénesis, incluido el sorprendente descubrimiento de que muchas sustancias —incluso algunas que no se encuentran normalmente en los organismos— pueden activar la misma sucesión compleja de sucesos. Pero Waddington mantuvo presente que la bioquímica sola no puede explicar la morfogénesis. Años más tarde escribió:

> En el desarrollo de un embrión algo determina que un grupo de células va a formar una parte de un órgano complejo, tal como una pierna, en vez de un brazo, antes de que esté decidido si esas células serán hueso o músculo. Ahora bien, creo que ésta es una manera muy asombrosa de proceder. ¿Qué tipo de sustancia material puede ser la que caracteriza a toda la pierna con todos sus huesos, músculos, nervios, vasos sanguíneos, etc., y que la distingue del brazo, con sus huesos, músculos, etc.?

La investigación de Waddington le convenció de que muchos procesos biológicos tenían la propiedad llamada homeorhesis: es decir, eran cursos de cambio estatales, «canalizados», que resistían las influencias perturbadoras, como ríos encerrados entre sus orillas. Empezó a concebir el desarrollo como un paisaje, con esos cursos de cambio separados por rebordes más altos o más bajos que podían ser cambiados por las condiciones externas. Llevó la misma imagen a sus estudios posteriores de genética y evolución, mostrando que una mayor o menor estabilidad de desarrollo y metabolismo era un rasgo heredado; que la selección natural operaba para alterar los contornos del paisaje multidimensional. Aunque era internacionalmente famoso como experto en morfogénesis, Waddington siempre sintió que el lenguaje existente en ese campo era inadecuado. En 1962 escribió:

> Sugerí hace algunos años (1940) que era deseable para teoría de un tipo generalmente topológico, apropiada para las formas biológicas. Sugerí que tal teoría tendría que ser en términos de "operadores topológicos", es decir, nociones tales como plegamiento a lo largo de una línea, perforación de agujeros... Sin embargo, todavía no se ha desarrollado ninguna teoría de ese tipo y tendremos que arreglárnoslas lo mejor posible para distinguir entre configuración interna y forma externa sin su ayuda.

Mientras Waddington escribía esto, René Thom estaba trabajando precisamente en una teoría así. Una exhibición de modelos embriológicos en un museo llamó la atención de Thom que mirándolos reconoció de nuevo las formas de las singularidades y los desdoblamientos de sus matemáticas. Cada uno de los modelos sólidos, tridimensionales era una «sección transversal en el tiempo» de un proceso integrado, del mismo modo que una cáustica óptica en una pantalla era una sección transversal de un haz de rayos de luz matemáticamente determinado. Thom leyó mucho sobre embriología y descubrió que Waddington y otros habían preparado el camino para un enfoque topológico. Para él, las matemáticas de los cursos estables del cambio y las matemáticas de la forma biológica eran las mismas porque toda forma de un organismo representa un registro parcial de los procesos de desarrollo y metabolismo. Mientras que

Waddington había visualizado un cambio cualitativo —la diferenciación inicial de un brazo o una pierna o la aparición de un nuevo rasgo heredado— como un arroyo que fluyera hacia un nuevo canal, Thom lo veía como la emergencia de una nueva singularidad que configuraba el curso posterior del proceso.

Thom descubrió que durante años habían sido corrientes en todas las áreas de la biología ideas que eran topológicas (aunque no siempre se hubieran reconocido como tales). Ya en 1917, D'Arcy Thompson había mostrado que la forma de un pez o de la calavera de un animal dibujada en una cuadrícula rectilínea podía ser alterada por medio de una transformación continua, suave, hasta convertirla en la calavera de un pez relacionado o en la de su predecesor en la evolución. Resultó imposible desarrollar una matemática cuantitativa para esta notable relación visual, pero la obra de Thompson, *On Growth and Form* [Sobre el desarrollo y la forma] —una amplia y bellamente escrita exploración de los aspectos matemáticos y físicos de la forma natural— ha tenido una influencia penetrante sobre tres generaciones de científicos. Thom se refiere frecuentemente a Thompson en su propio libro.

En 1941 el físico alemán Bernhard Bavink instó a los biólogos a «poner en segundo lugar el concepto de cantidad mesurable y contable, y el concepto básico biológico de forma o *gestalt* en el primero». Bavink contemplaba el desarrollo de una matemática de la forma a partir del cálculo de variaciones y de la teoría de grupos y, de hecho, las transformaciones de la topología de Thom están relacionadas también con la teoría de grupos En los años 50, Paul Weiss, un especialista americano en la biología del desarrollo, observó los pliegues situados a intervalos regulares en los mitocondrios, las estructuras productoras de energía dentro de todas las células animales, y sugirió que su disposición estaba gobernada por los valores máximo o mínimo de una reacción química periódica. En estas «crestas y valles de las condiciones favorables (a la reunión de los pliegues)», concluyó recientemente, «encontramos el fenómeno de la emergencia de singularidades en un sistema dinámico: puntos o líneas o planos únicos...»

Por tanto, la teoría de catástrofes, tal como emergió de la mente de Thom, pretendía ante todo un lenguaje matemático para la biología, aunque no para ella sola. En realidad, Thom pensaba que sería posible hacer mayores progresos en biología que en muchos problemas de física, donde los cambios repentinos de forma son difíciles de explicar, como el crecimiento plumoso de los cristales de escarcha o el romper de las olas «puede ocurrir que la morfogénesis biológica, que es más conocida, que tiene lugar lentamente y que está estrictamente controlada, nos ayude a comprender los fenómenos más rápidos y efímeros de la morfogénesis inerte».

Todos los cimientos de la teoría de catástrofes estaban asentados ya en 1964. Quedaba por dar un paso crucial, sin embargo: el establecimiento de un vocabulario básico para el nuevo lenguaje matemático. Thom había trabajado a fondo la relación de las singularidades topológicas con los máximos y los mínimos del cálculo. Podía ver cómo se «desdoblarían» las primeras en disposiciones de los últimos, imponiéndoles una estructura. Y conocer la estructura —la disposición— de los máximos y los mínimos de un proceso equivaldría a conocer su comportamiento cualitativo. Pero, ¿cuántas estructuras topológicamente diferentes eran posibles?

A causa de la persistente recurrencia de formas similares que había observado en la naturaleza, Thom creía que, al menos para procesos simples, había también un número limitado de estructuras arquetípicas. Estaba seguro de que debía haber un desdoblamiento único para cada singularidad en tales cosas pero no podía demostrarlo. Convenció a otro matemático, francés, Bernard Malgrange, para que atacara el problema. Malgrange tenía sus dudas al principio, pero la insistencia de Thom le venció: Malgrange demostró la unicidad de los desdoblamientos en 1964. Armado con eso y con su propio teorema de la transversalidad, Thom llegó a una notable conclusión en 1965: que para una gama muy amplia de procesos, sólo son posibles siete desdoblamientos estables, las siete «catástrofes elementales».

Los desdoblamientos se llaman catástrofes porque cada

uno de ellos tiene regiones en las que un sistema dinámico puede saltar repentinamente de un estado a otro, aunque los factores que controlan el proceso cambian continuamente. Cada una de las siete catástrofes representa una línea de comportamiento determinada sólo por el *número* de factores de control, no por su naturaleza ni por los mecanismos interiores que los conectan al comportamiento del sistema. Por tanto, las catástrofes elementales pueden ser modelos de una amplia variedad de procesos, incluso aquéllos en los que sabemos poco de las leyes cuantitativas implicadas. Esta es una idea extraordinaria: ¿cómo es posible que dos procesos puedan tener rasgos en común incluso cuando se encuentran en escalas físicas diferentes, operan bajo leyes cuantitativas diferentes y son afectados por conjuntos diferentes de causas?

Las catástrofes elementales se presentarán con detalle en el capítulo siguiente, pero para responder a esta pregunta podríamos compararlas a las formas regulares más básicas de la geometría. Los griegos descubrieron que, de todos los polígonos regulares posibles (formas bidimensionales de lados iguales), sólo tres (el triángulo, el cuadrado y el hexágono) pueden colocarse con los lados pegados para llenar el plano. Esta es una restricción matemática que experimenta cualquiera que ponga baldosas o azulejos, por ejemplo, y no tiene nada que ver con el material de que están hechas las baldosas ni con el modo de colocarlas. Los griegos descubrieron también que si los polígonos regulares se ensamblan como caras de cuerpos de tres dimensiones, sólo podían construirse cinco de tales cuerpos. Y esos polígonos y cuerpos aparecen por toda la naturaleza, en los copos de nieve, en las diatomeas, los cristales y los panales, no porque la geometría gobierne a la naturaleza, sino porque no hay otro modo de que puedan darse ciertos procesos naturales. En el siglo XVIII, los científicos quedaron asombrados al descubrir que las celdas de un panal estaban muy próximas a utilizar el mínimo absoluto de cera para cerrar un volumen dado, ¿les permitían a las abejas sus instintos resolver un problema de cálculo de variaciones? Hoy nos damos cuenta de que la presión de los cuerpos de las abejas a trabajar la cera suave y templada es suficiente para dar razón del fenómeno. Cada pared de una celda está sometida a presión por ambos lados y adopta una forma que iguala esa presión tanto como es posible. Las celdas son de sección hexagonal por la misma razón que una bandeja de peniques, si se sacude hasta que los peniques estén pegados los unos a los otros, presenta una colocación hexagonal. No importa que los movimientos de las abejas sean muy diferentes y mucho más complejos que las vibraciones de la bandeja. La forma cualitativa, geométrica que resulta es la misma. Thom pensaba que, del mismo modo, las formas cualitativas, geométricas, topológicas de comportamiento que se ven en las catástrofes elementales deben repetirse en muchos procesos.

Matemáticamente, eso significaba demostrar que esas siete formas abstractas existían, que eran únicas y que eran estructuralmente estables. Thom se dio por satisfecho en este aspecto y se lanzó hacia delante aunque no dio una prueba rigurosa (la dieron John Mather y otros teóricos de la singularidad en 1967-68). En 1966, Thom había terminado una primera versión de su libro. Hubo prolongados retrasos en su publicación, debidos principalmente a dificultades económicas del editor, que llevaron a su adquisición por otra editorial. Otro factor pudo haber sido la dificultad de clasificar el libro, ¿qué era exactamente? No era un libro técnico de topología, con sus digresiones filosóficas y su especulación sobre biología, lingüística y psicología. Tampoco era un libro de texto, porque su tema general no formaba parte de ningún programa. Tampoco era un libro para el público general, porque sus aterradores pasajes sobre «operadores inducidos por un difeomorfismo $h\ X \rightarrow X$ de espacios de base» y otros similares garantizaban la disuasión de todos los lectores excepto los más tenaces.

Durante el retraso de la publicación, de seis años, Thom continuó poniendo al día el libro. Ya había encontrado la forma de llegar a un público científico, si no a uno general. La International Union of Biological Sciences patrocinó tres ciclos de conferencias estivales sobre biología teórica en Bellaggio, Italia, en 1966-68. El presidente, C. H. Waddington, señaló que, a diferencia de la física teórica, «apenas puede decirse que exista todavía una biología teórica... Hay poco acuerdo sobre los temas sobre los que debería tratar o sobre cuál sería la manera de proceder». Con la esperanza de que surgieran ideas que sirvieran como marcos de referencia unificadores, Waddington lanzó su red por todas partes, invitando a genéticos y filósofos, especialistas en redes nerviosas y en diseño de ordenadores, biólogos experimentales, físicos, químicos y matemáticos: René Thom, E. C. Zeeman, y David H. Fowler (también de Warwick).

Las discusiones en Bellaggio fueron intensas y tocaron una gama muy amplia de temas y los cuatro tomos de artículos de los participantes contenían multitud de ideas nuevas. Los ensayos de Thom, adaptados a partir de su libro, trataban de su teoría dinámica de la morfogénesis, del papel general de los modelos topológicos en la biología y de las aplicaciones del estructuralismo (tal como lo interpretaba Thom) a la biología. Fowler, dedicado por entonces a la traducción del libro de Thom, propuso una de las catástrofes elementales como modelo para la transición de fase en física. Zeeman aportó un esbozo de su modelo topológico para el cerebro (escrito con Peter Buneman de Warwick) y modelos más específicos, basados en la teoría de catástrofes, para dos procesos fisiológicos: el latido del corazón y el impulso nervioso. Este último resultó inmediatamente provocador, porque una investigación sobre el impulso nervioso —y un modelo cuantitativo de su bioquímica— había hecho merecedores del premio Nobel de 1936 a Alan Hodgkin y Andrew Huxley. Ahora Zeeman, combinando los datos de ellos con su propio esquema matemático, ofrecía un modelo alternativo que implicaba diferentes rasgos bioquímicos que podían contrastarse experimentalmente. Sugirió que su esquema proporcionaba una comprensión conceptual mejor al dar un modelo de «la dinámica (que es relativamente simple) en lugar de la bioquímica (que es relativamente complicada)».

Las reacciones de los otros participantes a esas primeras presentaciones de la teoría de catástrofes fueron muy variadas. Christopher Longuet-Higgins dijo del enfoque topológico de Waddington y Thom que era «un enfoque original y complejo de una amplia clase de problemas, tanto evolutivos como morfogenéticos. Pero», preguntó, «¿su capacidad descriptiva se iguala a su capacidad explicativa?» (Waddington replicó que la idea de procesos estables, canalizados, le había llevado a descubrir un nuevo mecanismo genético en la evolución y preguntó: «¿Qué más puede pedírsele a un fragmento de ciencia teórica?»)

El biólogo Brian Goodwin, cuya obra experimental y teórica sobre ciclos temporales en las células ha sido muy alabada, escribió:

> El poder del enfoque topológico ha de buscarse en la generalidad de su análisis; ofrece un alto nivel de abstracción y de precisión analítica. Esto está ampliamente ilustrado en la obra de Thom. Sin embargo, creo que las percepciones cualitativas de la conducta de los sistemas dinámicos que proporciona la topología debe combinarse con un análisis cuantitativo.

Esto era lo que había intentado Zeeman. Aunque se admiró la elegancia de sus modelos, su utilidad científica no resultaba tan clara. Jack Cowan, director de biología matemática en la Universidad de Chicago, comentó después que aunque el modelo del impulso nervioso de Zeeman requería menos ecuaciones que el de Hodgkin-Huxley, dependía de suposiciones *ad hoc* cuestionables: «Es una buena imagen general, pero creo que da menos visión, y no más, de los procesos químicos implicados.»

LA DIVERGENCIA DE LA TEORÍA

En 1976, hablando de las reuniones de Bellaggio, Goodwin recordó: «contagiaron a un número considerable de personas con las ideas de la teoría de catástrofes. Naturalmente, hubo reacciones polarizadas a favor y en contra de las ideas, pero la infección "agarró" en ambos lados del Atlántico».

Otras oportunidades para la extensión de la teoría siguieron rápidamente. Thom escribió y dio conferencias sobre ella como un «arte de modelos», una forma de generar y clasificar analogías tanto dentro de las disciplinas como

de modo interdisciplinario. Se dirigió a los biólogos, a los especialistas lingüísticos y semánticos, a los físicos, resaltando que los modelos de la teoría de catástrofes eran inherentemente cualitativos y que en muchos casos, quizá en la mayoría, serían de mayor valor en la organización de los datos existentes y en sugerir nuevos tipos de experimentos que en la predicción. El libro de Thom, *Stabilité structurelle et morphogenèse,* apareció finalmente en 1972, con un prefacio de Waddington comentándolo como «una contribución muy importante a la filosofía de la ciencia y en particular a la biología teórica».

Zeeman se concentró en desarrollar modelos específicos que atrajesen el interés de los investigadores, al principio en biología y después cada vez más en las ciencias sociales. Para ilustrar una de las catástrofes elementales diseñó una «máquina de catástrofes», un aparato de cartón y gomas que salta repentinamente de una posición a otra y vuelve a la primera, aunque el movimiento que lleva al salto es suave y continuo. Con Carlos A. Isnard, del IMPA de Brasil, presentó un grupo de modelos de conducta discontinua en las ciencias sociales, por ejemplo, la decisión de un gobierno de entrar en guerra. En 1975, Zeeman colaboró con un estadístico de Warwick y con tres psicólogos de prisiones para desarrollar un modelo de la sucesión de acontecimientos que llevaron a un disturbio en una cárcel británica en 1972. Para ello reunieron y analizaron datos que reflejaban los niveles de tensión y de alienación entre los reclusos, trataron de encajar estos datos cuantitativamente en un gráfico de catástrofe elemental y sugirieron que el modelo podía ser contrastado para probar su exactitud predictiva si se le hacía formar parte de un sistema de vigilancia que estaba en marcha. (El modelo de Zeeman para prisiones provocaría más tarde el primer estallido de la controversia sobre las aplicaciones de la teoría de catástrofes en las ciencias sociales.)

* * *

Para cuando *Stabilité structurelle et morphogènese* apareció en inglés, ya no había lugar a dudas sobre la creciente divergencia entre las concepciones de Thom y de Zeeman respecto al modo de usar la teoría de catástrofes (aunque no disminuyó su amistad ni el respeto que se tenían el uno al otro). En un artículo que apareció en una revista de estudiantes del Mathematics Institute en 1973, Thom escribió:

> El modelo de catástrofes es al mismo tiempo mucho menos y mucho más que una teoría científica; debería considerarse como un *lenguaje,* un método que permite la clasificación y sistematización de datos empíricos dados... En realidad, cualquier fenómeno puede ser explicado por un modelo apropiado de la teoría de catástrofes. Y, como me hizo notar muy oportunamente el biólogo inglés Lewis Wolpert [otro participante en Bellaggio], una teoría que explica todo, no explica nada. Esto muestra simplemente que uno no debería esperar del modelo los mismos usos que uno espera de una ley cuantitativa de física, o de una prueba experimental...

Thom resaltó también que las catástrofes elementales sólo eran los primeros elementos de una teoría mucho más comprensiva, cuyo desarrollo exigiría avances matemáticos que él no podía sino esperar que no tardasen.

Zeeman convenía en que «teoría de catástrofes elementales no es lo mismo que teoría de catástrofes. La razón de mi énfasis en la teoría de catástrofes elementales ha sido, principalmente, su utilidad en las aplicaciones». Pero cualquier teoría que tratase de la realidad además de tratar de abstracciones matemáticas, sostenía Zeeman,

> debe hacer frente al método científico clásico de predicción, experimentación y verificación. No veo ninguna razón para que las teorías [de Thom] tengan que ser sacrosantas por ser cualitativas en lugar de cuantitativas. Hay muchas predicciones cualitativas en ciencia, y muchos experimentos cuantitativos en los que las cantidades dependen del individuo, pero la cualidad es común a todos los individuos.

(Por ejemplo, en el modelo del disturbio en la prisión, los niveles cuantitativos de tensión y alienación eran diferentes para cada recluso, pero la conducta cualitativa —el estallido de un disturbio— era un fenómeno de grupo.)

La diferencia entre las concepciones de los dos hombres estriba en lo que Thom entiende por «explicar» y Zeeman por «verificación». Para Thom, el mérito de la teoría de catástrofes es que hace menos arbitrarias nuestras descripciones: proporciona un lenguaje común para los procesos físicos, biológicos y psicológicos, impide la dependencia de teorías cuantitativas sobre fuerzas misteriosas, irreducibles. Resulta «verificada» sólo por su coherencia, su potencia matemática y su éxito en la descripción. Tiene poco que añadir a nuestra comprensión de los procesos para los que tenemos teorías cuantitativas claras, teniendo presente que dichos procesos son sólo una pequeña parte de lo que observamos. «Lo que ofrezco», escribió Thom en *Stabilité structurelle et morphogènese,*

> no es una teoría científica sino un método; el primer paso en la construcción de un modelo es describir los modelos dinámicos compatibles con una morfología empíricamente dada, y éste es también el primer paso para comprender los fenómenos bajo consideración... Podemos esperar que los teóricos desarrollarán un modelo cuantitativo [para los procesos específicos descritos por la teoría de catástrofes]... Pero esto no es más que una esperanza.

Para Zeeman, por otro lado, la creación de modelos cualitativos y la teorización cuantitativa están mucho más estrechamente relacionadas. Da por sentado que la teoría de catástrofes debería permitir la predicción cualitativa, y sugiere que puede dejar al sociólogo, por ejemplo, que «diseñe su propio experimento no sólo con el objetivo de trazar una curva uniforme para ilustrar la tendencia, sino también con el objetivo de detectar aquellos puntos críticos en los que la curva... puede ser discontinua y revelar con ello la morfología social...» Más allá de eso, Zeeman cree que el modelo puede aumentarse con datos cuantitativos de tal forma que sus predicciones puedan contrastarse con las de otras teorías.

La distinción entre las concepciones de Thom y de Zeeman se perdió en el repentino salto de la teoría de catástrofes a la luz pública en 1975 y 1976. Las explicaciones en los periódicos ingleses dieron lugar a un programa de televisión sobre ella en el espacio *Horizon* de la BBC. Un artículo en *New Scientist* se anunció en cubierta mostrando las palabras TEORÍA DE CATÁSTROFES en gigantescas letras de piedra agrietada, como si se tratase de un anuncio de una película de desastres de Hollywood. *Newsweek* dedicó dos páginas a la teoría, resaltando el optimismo de Zeeman sobre sus aplicaciones y su valor predictivo. En un corto lapso de tiempo se centuplicó el número de personas que había, al menos, oído hablar de la teoría y surgió una controversia sobre sus méritos. Gente que no sabía nada sobre las limitaciones de la teoría habló confiadamente de su impacto revolucionario y gente que no sabía nada de su potencia, la despreció considerándola como viejos hechos revestidos de nuevas analogías totalmente acientíficas.

La controversia se examinará en el capítulo 4; primero, sin embargo, veamos los modelos que se utilizan en la mayoría de las aplicaciones de la teoría de catástrofes hasta el momento: las catástrofes elementales. Una comprensión de sus limitaciones y de su poder pondrá los argumentos del debate en perspectiva.

CAPÍTULO 3

Las catástrofes elementales

> El lector puede muy bien hacer una pausa en este punto y preguntarse de qué diablos estamos hablando. ¿Cómo es posible que un gráfico sea como un barranco sobresaliente? y, ¿por qué molestarse con gráficos tridimensionales, en cualquier caso?
>
> E. C. ZEEMAN

Una catástrofe, en el sentido amplísimo que Thom le da al término, es cualquier transición discontinua que ocurre cuando un sistema puede tener más de un estado estable o cuando puede seguir más de un curso estable de cambio. La catástrofe es el «salto» de un estado o curso a otro. En el paisaje imaginado por Waddington, podría representarse como el paso de un objeto de una cuenca a otra, o como el fluir del agua de un canal a otro. La transición es aquí discontinua no porque no haya estados o cursos intermedios, sino porque ninguno de ellos es estable: es probable que el paso del estado o curso inicial al final sea breve en comparación con el tiempo pasado en los estados estables.

Las catástrofes elementales son las siete maneras más sencillas de que ocurra dicha transición. Pueden ilustrarse con gráficos que muestren los estados estables como conjuntos de puntos —líneas o superficies— en un «espacio de conducta». Mientras el sistema «ocupe» uno de esos puntos, su conducta es continua, pero cuando abandona la línea o la superficie, es inestable, y debe regresar, a veces, a un punto muy distante del punto inicial. Los gráficos de las siete catástrofes elementales describen siete disposiciones topológicamente distintas de los puntos que representan los estados estables. Dentro de ciertos límites, sin embargo, ellas son las *únicas* disposiciones *posibles.* Por tanto son, en un sentido, arquetipos: los modelos más básicos para muchos procesos que son muy diferentes en términos cuantitativos y en sus funcionamientos internos. Los gráficos nos permiten incorporar una buena cantidad de información sobre causas y efectos en un diagrama descriptivo y claro. Son geométricamente ricos, con rasgos estructurales que no son inmediatamente aparentes. Con frecuencia, si a un proceso se le aplica como modelo uno de estos gráficos porque su comportamiento se corresponde con algunos rasgos, podemos estudiar el modelo para ver qué otros tipos de comportamiento menos obvios nos sugiere.

LAS PENDIENTES DE LA ESTABILIDAD

Cuando Laplace estaba trabajando sobre la mecánica celeste a principios del siglo XVIII, desarrolló un «atajo» matemático muy conveniente para representar la acción de la fuerza gravitatoria. Se trata del *potencial,* un concepto que resumía en una sola cantidad todas las fuerzas que actuaban sobre un objeto. En lugar de decir que el objeto cambiaba su movimiento hasta que no actuaban más fuerzas sobre él, uno podía decir que se movía a una posición de *potencial mínimo.* Esto permitía a Laplace aplicar las técnicas del cálculo de variaciones: hallar la posición final de objeto significaba hallar una solución mínima para la ecuación del potencial.

Desde entonces se ha convertido en usual concebir muchos sistemas como gobernados por la tendencia a buscar un mínimo de energía potencial, aunque la energía puede ser de muchos tipos diferentes. En un sistema físico constituyen ejemplos la tendencia de un muelle extendido a contraerse, la tendencia de dos productos químicos en una batería a reaccionar o la tendencia de una pelota a rodar cuesta abajo. El primero es un potencial mecánico, el segundo un potencial químico, el tercero un potencial gravitatorio. Si se les da la oportunidad, los tres potenciales disminuirán espontáneamente, desprendiendo energía en el proceso. Incrementar el potencial, por el contrario, requiere que se introduzca energía en el sistema, tirando del muelle, cargando la batería o empujando la pelota cuesta arriba.

La biología, la ciencia social y la lengua corriente también utilizan el concepto de potencial. Una planta crece hacia arriba, mientras que sus raíces crecen hacia abajo, porque ciertas células responden de modos específicos al potencial gravitatorio; un animal come hasta saciarse a causa de los cambiantes potenciales químicos y eléctricos en su sangre y en su cerebro. Decir que las raíces de una planta son geotrópicas (que buscan la tierra) o que el animal tiene hambre son otras maneras de decir lo mismo. Los psicólogos y los economistas encontrarían imposible teorizar sin suponer que existen impulsos, sean instintivos o adquiridos, que los individuos y los grupos tratan de satisfacer. Incluso el conductista más obstinado, que se niega a especular sobre la psique de una rata de laboratorio o de un ser humano, reconoce que un ligero estímulo puede, en muchos casos, producir una respuesta enérgica; la diferencia de energía debe venir de algún sitio. Decimos que estamos «tensos» o «bajo presión» o «que por algún lado vamos a saltar». Esos potenciales son ciertamente más complejos y mucho más difíciles de medir, pero no son menos reales por ello.

El concepto de potencial está estrechamente relacionado con el de *equilibrio.* Cuando el muelle se ha relajado o la batería se ha descargado o la pelota ha rodado al pie de la cuesta, el potencial está al mínimo y el sistema físico está en equilibrio. Hay diversos tipos de equilibrio. Una pelota puede colocarse en equilibrio en la cima de una colina, pero el más ligero empujón la echará a rodar cuesta abajo: está en equilibrio inestable. Si está sobre un reborde estrecho, un empujón en una dirección la dejará allí, pero un empujón en la otra dirección la enviará por encima de él: está

Potencial mínimo ≅ equilibrio estable

en equilibrio semi-estable. Si está en el fondo de un valle, ofrecerá resistencia a un empujón en cualquier dirección: está en equilibrio estable.

En los sistemas vivos, el equilibrio es dinámico en vez de estático, porque los organismos y las sociedades siempre están absorbiendo y transformando energía. Tienden a establecer ciclos en los cuales ningún estado es estable, pero toda la serie de estados resiste a las perturbaciones como un giroscopio dando vueltas. Un ejemplo es el ciclo de la vigilia y el sueño, que puede ser trastornado por cualquier cambio no natural, tal como un viaje en avión, a través de distintas zonas horarias, pero que (afortunadamente para el *jet-set)* tiende a restablecerse por sí solo. Hasta tal punto damos por sentado ese ciclo, que consideramos la persistencia de un estado —insomnio, por ejemplo, o un coma— como signo seguro de algún desequilibrio mental o fisiológico.

Para una representación gráfica del potencial y el equilibrio, véase de nuevo la curva en forma de montaña rusa de la Figura 1 en la página 32. En ella, el eje y (vertical) representa los niveles de un potencial —llamémoslo altura, que es lo que aparece, y que es equivalente a un potencial gravitatorio. El eje x (horizontal) representa una condición —llamémosla la distancia en línea recta que se cubre en la montaña rusa— cuyo valor determina el valor del potencial. Imaginemos ahora que podemos colocar una pelota en cualquier punto de la curva. En todos los puntos, excepto en cuatro, la pelota empezará a rodar inmediatamente. Esos cuatro puntos, los cuatro sitios en los que la curva no tiene ni pendiente ascendente ni pendiente descendente, son puntos de equilibrio. Uno es un «reborde», otro es una «cima» y los dos del fondo son «valles». Sólo los dos mínimos son puntos de equilibrio estable; el punto de inflexión es semi-estable y el máximo local es inestable.

Esta imagen puede extenderse a tres dimensiones, dando algo más parecido a un paisaje, como en la Figura 2. En este caso el potencial representado por y depende de dos condiciones, representadas por x y z. Si este fuese un paisaje real, cualquier combinación de los valores de x y z (la latitud y la longitud) determinaría una elevación única. Esta

imagen nos permite visualizar un equilibrio dinámico tal como el de una pelota rodando alrededor de la cuenca que rodea el mínimo local. Si rueda sin rozamiento, corresponde a lo que los físicos llaman un sistema «conservador», uno en el que no se pierde energía, y el ciclo puede continuar indefinidamente. Si existe rozamiento, el sistema es «disipador»: a menos que se añada energía para compensar las pérdidas, el sistema rodará en espiral hacia el mínimo y finalmente quedará en reposo. (Casi todos los sistemas físicos y todos los biológicos son disipadores.) Nótese que en lugar de un punto de inflexión, la superficie de la Figura 2 tiene un puerto —un sitio que está en la cresta de una loma cuando se aborda a lo largo del eje z, pero que está en el fondo de una hondonada cuando se aborda a lo largo del eje x. Así, con una tercera dimensión se hace posible un nuevo rasgo cualitativo. El puerto no podría darse en una curva bidimensional.

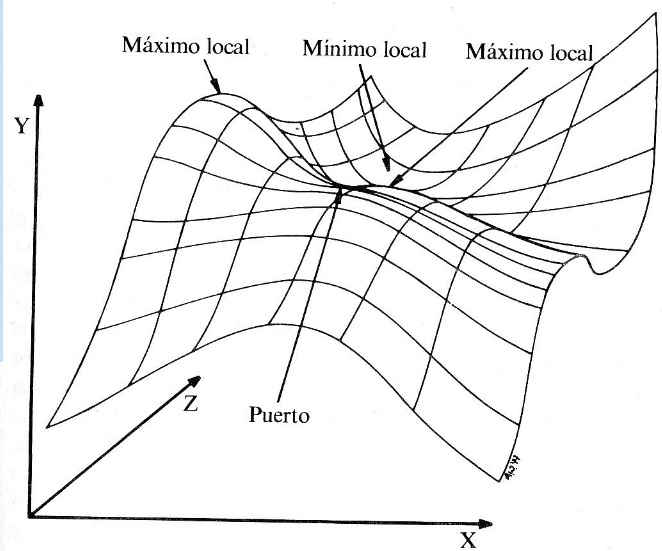


Figura 2. Singularidad de una superficie.

Hasta el momento hemos visto gráficos fijos del potencial. Si éstos representasen una imagen completa, el mundo sería un lugar muy soso. Todo sistema encontraría su camino a un punto o ciclo estable y eso sería todo. Pero la imagen fija no es completa porque los factores que determinan los potenciales no son fijos. El paisaje cambia de un momento a otro: «que todo valle sea elevado y todo monte y cerro rebajado», como dijo el profeta Isaías. Y en muchos casos, un cambio continuo en el paisaje puede provocar un cambio discontinuo en el comportamiento de los sistemas.

Por el borde

¿Ha jugado usted alguna vez con un «cliqueador» de metal roquelado? No es más que un disco con una combadura en el centro. Cuando uno aprieta la combadura, ésta resiste y luego aparece de repente por el otro lado del disco. Produce un sonido sorprendentemente alto, pero no lo que uno llamaría catastrófico. Sin embargo, precisamente eso es una catástrofe en la teoría de Thom: una transición repentina de un estado de potencial mínimo, un estado de equilibrio estable, a otro.

La Figura 3 muestra la catástrofe en términos de potencial, que en el «cliqueador» adopta la forma de tensiones en el metal. Al hacer presión, uno cambia la configuración de la tensión, de modo que el gráfico del potencial cambia de forma. (Es importante distinguir entre la curvatura del metal y la curvatura del gráfico que están relacionadas matemáticamente pero no son lo mismo.) Primero aparece un punto de inflexión en la curva, luego un máximo local y un mínimo local nuevos. Si uno no continúa presionando el cliqueador con suficiente fuerza, éste volverá a su posición inicial tan pronto como se deje de ejercer presión. Mientras dure el mínimo de potencial original, por poco profundo que sea, la bola sobre la curva no se mueve. Pero si se presiona con suficiente fuerza, el «valle» se convierte en un «reborde» y cuando incluso éste desaparece, la catástrofe es inevitable. El sistema tiene que saltar: la comba-

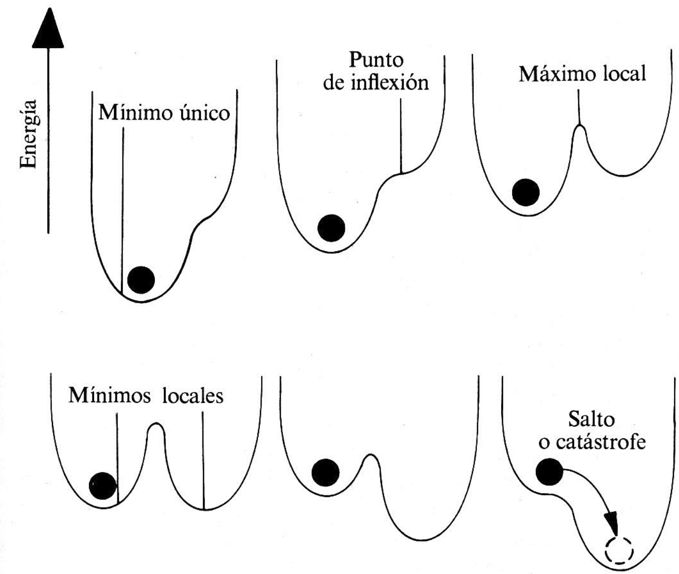


Figura 3. Una catástrofe simple: un cambio repentino en la energía potencial.

dura del cliqueador salta al otro lado, la bola simbólica rueda pendiente abajo al único mínimo que queda.

En las fases tercera, cuarta y quinta, que se muestran en la Figura 3, hay un tercer punto de equilibrio posible, el máximo inestable. Si se tiene mucho cuidado, puede forzarse al cliqueador a una configuración plana, pero es poco probable que se quede plano durante mucho rato. El más ligero toque cambiará el máximo local de la curva de potencial a «fuera desde debajo» de la bola y... ¡CLIC!

Este tipo de discontinuidad se encuentra en muchos procesos. Un interruptor de la luz muestra una conducta similar: su gama de movimiento continuo produce uno de dos estados estables discontinuos. Zeeman señala que una varilla de plástico para remover el café, o cualquier tira larga de materia elástica, puede servir de ilustración. Separando su índice y su pulgar, coloque la varilla entre las yemas de dichos dedos, de forma que ésta se arquee ligeramente por compresión. Presione contra la curvatura con la otra mano y la tira se combará y saltará a una posición de curvatura opuesta. (Este ejemplo le resulta familiar a todo ingeniero como «la viga de Euler», llamada así por el matemático suizo del siglo XVIII, que fue el primero que analizó cuantitativamente el fenómeno. Euler contribuyó también al inicio del cálculo de variaciones y de la topología.)

La teoría de catástrofes surge de una generalización de la conducta simbolizada en la Figura 3. Es fácil ver lo que ocurre a la curva del potencial en ese caso, pero, ¿qué podemos decir sobre *todos* los cambios en todas las curvas de potencial para *todos* los sistemas? Toda curva está determinada por diferentes condiciones, de acuerdo con una amplia variedad de relaciones matemáticas. La posición de la curva y la altura y la escarpadura relativas de cada porción no son nunca exactamente iguales para dos sistemas. Peor aún, las posibilidades se multiplican en procesos en los que el potencial depende de más de una condición, como en la Figura 2. Llevaría una eternidad examinar toda curva y superficie posible, por no hablar de las formas de más de tres dimensiones que trazan los potenciales en procesos más complejos.

Pero tal vez no sea necesario examinarlas todas. En la Figura 3, la conducta del cliqueador nos dice que, con frecuencia, un mínimo poco profundo es tan bueno como uno muy profundo. No hay salto hasta que el mínimo se desvanece por completo y el máximo interpuesto desaparece. Así, la posición, la altura y la escarpadura de la curva no tiene importancia en lo que respecta a la catástrofe. Todo lo que necesitamos saber es la forma *cualitativa* de la curva, y ésta cambia solamente cuando se crea o se destruye un punto de equilibrio.

Esta es una manera topológica de abordar la cuestión y simplificar las cosas al dejarnos tratar a clases enteras de curvas al mismo tiempo. En las Figuras 4 y 5 vemos cómo funciona. La Figura 4 muestra un conjunto de curvas obtenidas representando gráficamente una relación entre cantidades x e y (curva b), luego «jugueteando» con ella aña-

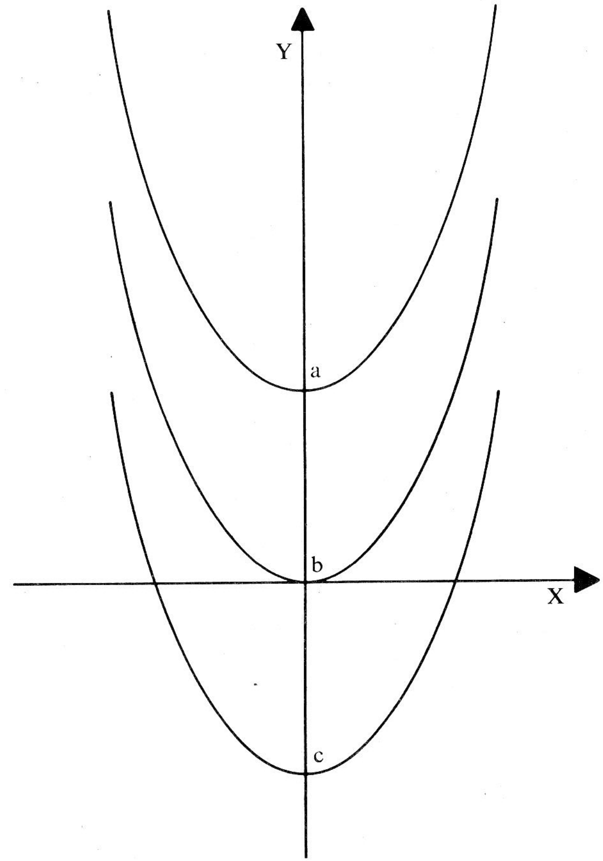


Figura 4. Un conjunto cualitativamente estable de curvas.

diendo y quitando una cantidad arbitraria de x en la ecuación (curvas a y c respectivamente). La curva se mueve de arriba a abajo pero conserva su rasgo cualitativo: un mínimo único, solo. La Figura 5 muestra las curvas que se obtienen haciendo lo mismo a una ecuación diferente. La curva original, b, tiene un punto de inflexión; la curva a no

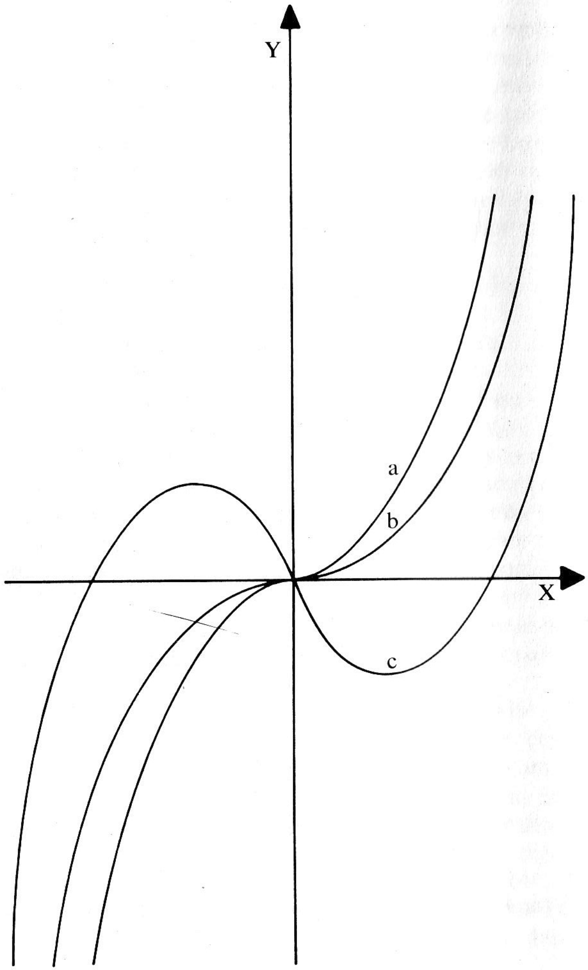


Figura 5. Un conjunto cualitativamente inestable de curvas.

tiene ningún punto de equilibrio en absoluto; la curva c tiene un máximo local y un mínimo local. Así, la ecuación representada por el gráfico de la Figura 5 *y todas las ecuaciones del mismo tipo general* son candidatas a la catástrofe. Cualquier sistema cuyo potencial siga ese tipo de ecuación tendrá un estado estable en algunas condiciones, luego, al ir cambiando las condiciones, sólo tendrá un estado semi-estable y luego ninguno en absoluto. Este es el tipo más simple de catástrofe. El tipo siguiente corresponde a cualquier curva del potencial que tenga primero un mínimo, luego dos mínimos locales con un máximo local inestable entre ellos, luego sólo un mínimo de nuevo. Este es el tipo de catástrofe representado en la Figura 3.

Este proceso de abstracción topológica, llevado mucho más lejos, fue el que hizo posible el «teorema de clasificación» de Thom de 1965. Thom había desarrollado ya sus ideas respecto a la estabilidad estructural en la naturaleza, y estaba buscando modelos topológicos compatibles con esas ideas. Los modelos deben describir tanto el cambio continuo como el discontinuo y deben ser, ellos mismos, estables —es decir, deben retener su estructura cualitativa a pesar de variaciones cuantitativas pequeñas. Hay una sutil paradoja aquí: cada modelo resume la aparición y desaparición de estabilidad pero lo hace de una forma estable. Esto es posible, como descubrió Thom, porque los puntos de equilibrio para las clases generales de ecuaciones pueden representarse como desdoblamiento de las singularidades topológicas y porque para cada una de las siete singularidades más simples sólo hay un desdoblamiento estable: hay otros posibles, pero se «derrumban» en la forma estable con la menor perturbación.

Es imposible presentar el teorema de clasificación, y mucho más su demostración, sin utilizar el lenguaje técnico de la topología diferencial. Pero las consecuencias del teorema pueden enunciarse en el lenguaje que ya hemos usado: *En cualquier sistema gobernado por un potencial y en el cual el comportamiento del sistema esté determinado por cuatro factores diferentes y no más, sólo son posibles siete tipos de discontinuidad cualitativamente diferentes.* Dicho de otro modo, mientras que hay un número infinito de maneras por las que tal sistema puede cambiar de forma continua (permaneciendo en equilibrio o casi en equilibrio), sólo hay siete maneras estructuralmente estables para que cambie discontinuamente (pasando por estados de desequilibrio). Son concebibles otras maneras pero son inestables; es improbable que se den más de una vez y les faltan los «elementos recurrentes identificables» necesarios para que puedan ser establecidos en el lenguaje o en la teoría científica.

El tipo cualitativo de cualquier discontinuidad estable *no* depende de la naturaleza específica del potencial implicado, depende simplemente de su existencia. *No* depende de las condiciones específicas que regulan el comportamiento, depende simplemente de su número. *No* depende de la relación cuantitativa específica de causa y efecto entre las condiciones y el comportamiento resultante, simplemente depende del hecho empírico de que existe tal relación. Podemos ver ahora de qué modo son comparables las catástrofes elementales a las formas regulares de la geometría clásica. Del mismo modo que podemos decir que cualquier objeto tridimensional, *si* es regular (es decir, si todas sus caras son polígonos idénticos), tiene que ser uno de los cinco cuerpos sólidos, igualmente el teorema de clasificación de Thom afirma que cualquier proceso discontinuo cuya conducta pueda ser descrita por medio de un gráfico de hasta seis dimensiones, *si* es estructuralmente estable, tiene que corresponder a una de las siete catástrofes elementales. La primera aserción, la geométrica, es verdadera independientemente de cuál sea el tamaño o material del que esté formado el objeto implicado; la aserción topológica de Thom es verdadera independientemente de cuál sea la magnitud, funcionamiento interno o naturaleza del proceso implicado.

Para expresarlo de modo muy sencillo: en una amplia gama de situaciones —físicas, biológicas, incluso psicológicas— en las que la experiencia nos dice que «por algún lado va a saltar» (es decir, hay un potencial y una posible discontinuidad), el teorema de clasificación indica que sólo hay siete maneras fundamentalmente diferentes de que eso ocurra.

Para representar estas familias de comportamiento necesitamos un nuevo tipo de gráfico, bastante distinto de los de las Figuras 1 a 5. El nuevo gráfico tiene que tener una dimensión, o eje, para cada *factor de control* que determine el comportamiento de un sistema. Tiene que tener un eje o dos adicionales que representen el comportamiento en sí. En el espacio definido por esas dimensiones, todo estado posible de equilibrio de un sistema se representa por medio de un punto único y los puntos forman una línea o superficie suave. Un cambio continuo en la conducta aparece como un movimiento *dentro* de la línea o la superficie; un cambio discontinuo aparece como un movimiento que *abandona* la línea o la superficie. La catástrofe elemental más simple, el pliegue, sólo tiene un eje de control y un eje de conducta y es, por tanto, bidimensional. La más compleja, la umbílica parabólica, tiene cuatro ejes de control y dos ejes de conducta y es, pues, hexadimensional.

La tabla siguiente resume las catástrofes elementales:

N.º de factores de control	Un eje de conducta	Dos ejes de conducta
1	pliegue*	—
2	cúspide	—
3	cola de milano	umbílica hiperbólica umbílica-elíptica
4	mariposa	umbílica parabólica

Los nombres de las cuatro catástrofes de la primera columna fueron sugeridos por los rasgos visuales de los gráficos que las describen, mientras que las de la segunda co-

* En la traducción de esta obra he empleado la terminología utilizada por Roberto Moriyón en su traducción de P. T. Saunders, *Una introducción a la teoría de catástrofes*, Madrid, Siglo XXI, 1983. Véanse sus notas, *ibíd.* pág. 39. *[N. de la T.]*

lumna —que son más difíciles de visualizar— tienen nombres rigurosamente matemáticos. El don de la visualización puede desarrollarse de formas sorprendentes: el nombre de cola de milano, *la queue d'aronde,* por ejemplo, lo sugirió el matemático francés, ciego, Bernard Morin.

* * *

El gráfico de la *catástrofe en pliegue* representa la conducta de todos los sistemas que dependen de una sola condición variable, o factor de control. La disposición de los estados de equilibrio posibles se muestra en la Figura 6. Nótese que el potencial que gobierna el sistema no aparece, como hizo en las Figuras 1 a 5; en cambio, está implícito en el hecho de que el gráfico muestre sólo los tres tipos de estado de equilibrio: máximo, mínimo y un punto de inflexión en el que la curva toca el eje de conducta. Cualquier par de valores para x (control) e y (conducta), cualquier punto del plano, representa una sola combinación del fac-

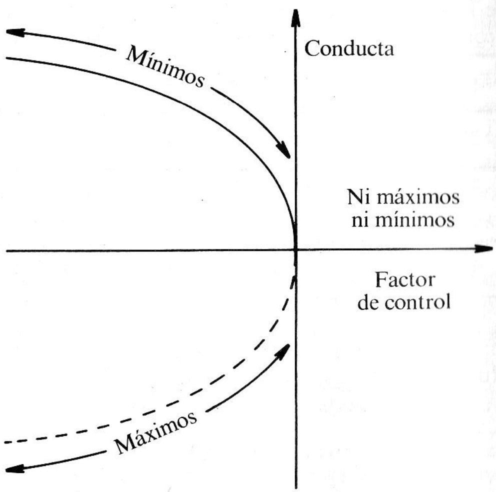


Figura 6. Gráfico de la catástrofe en pliegue.

tor de control y de la conducta. Es el potencial el que «tira» del sistema hacia puntos de equilibrio estable, los de la curva continua. Una catástrofe ocurre siempre que el punto cruce el eje de control.

El tipo cualitativo de conducta caracterizado por este gráfico es sencillo. Para una serie de valores del factor de control hay tanto máximos como mínimos y el sistema tiende a moverse espontáneamente hacia el mínimo. Con un valor crítico o liminal del factor de control, los máximos y los mínimos se funden en un punto de inflexión. Ahí sólo hay un estado semi-estable, el punto en el que los ejes x e y intersecan. Más allá del valor crítico, no hay estados de equilibrio en absoluto. Esto significa que un sistema en esta condición es completamente inestable. Los potenciales que acompañan a este tipo de conducta son como los del gráfico de la Figura 5.

La catástrofe en pliegue tiene poco que decirnos, ya que hay pocas cosas que puedan ocurrir en un sistema tal, y todas ellas obvias. El sistema puede cambiar a un estado de potencial mínimo si las condiciones permiten la existencia de uno; puede ser equilibrado en el punto de inflexión; o puede ser esencialmente inestable, si no existe la posibilidad de tener un mínimo. Un ejemplo de tal sistema es una tira de goma en la que el factor de control es la fuerza aplicada para estirarla y la conducta es su tensión. Hasta un nivel crítico de fuerza, la tira de goma está tirante y recta, es decir, minimiza la tensión manteniéndose tan corta como puede. Más allá de ese nivel crítico, la tira de goma se parte y ya no hay ninguna tensión que medir. Los trozos rotos pueden formar cualquier curva; ninguna posición es más estable que otra.

* * *

La *catástrofe en cúspide* ocurre en sistemas cuya conducta depende de dos factores de control. Su gráfico (Figura 7) es tridimensional, una superficie curva con un doblez. De nuevo, cada punto de la superficie representa un estado de equilibrio. Todos los puntos de la cara inferior del doblez son máximos inestables. Todos los puntos a lo largo de la línea de pliegue, que forma el «labio» sobre el doblez, son puntos de inflexión semi-estables. Todo el resto de los puntos son mínimos estables.

Para ciertas combinaciones de valores de los factores de control hay dos estados estables posibles, uno en la superficie superior del doblez y otro en la superficie inferior bajo el doblez. La conducta del sistema bajo estas condiciones se denomina «bimodal», con el sentido de que las mismas condiciones permiten cualquiera de los dos estados estables. (Hay una tercera posibilidad, el máximo inestable en el lado inferior del doblez pero, generalmente, éste es inaccesible: si el sistema ocupa este estado, cualquier perturbación le forzará a situarse en el punto estable de encima o de debajo.)

Ahora bien, imaginemos que las condiciones van cambiando con el tiempo, de modo que cambie la conducta del sistema. Todos los cambios uniformes pueden visualizarse como puntos que se mueven por la superficie. Tomemos dos puntos cercanos entre sí, en el extremo más alejado de la superficie (el que está más cerca del eje del factor de control 2) en la Figura 7. Representan sistemas con el mismo valor del factor de control 1, pero con valores ligeramente diferentes del factor de control 2; están uno junto a otro, uno un poco más alto que el otro. Si el valor del factor de control 1 aumenta, los puntos se mueven hacia adelante, hacia el frente de la superficie, trazando caminos paralelos. Si ambos pasan por el mismo lado del doblez, la conducta de los dos sistemas sigue siendo similar. Pero si uno se traslada a la superficie superior del doblez, mientras que su vecino se traslada a la superficie que está debajo del doblez, entonces la conducta de los sistemas es *divergente.* Empiezan muy juntos, experimentan el mismo cambio de condiciones, pero al final de ese cambio, están muy alejados en su conducta. El camino que sigue un punto en este caso depende del valor preciso del factor de control 2 cuando el punto en movimiento pasa por el principio del doblez.

Incluso las trayectorias divergentes son todavía cambios suaves (no catastróficos) en la conducta. Pero el gráfico de la catástrofe en cúspide también sugiere la posibilidad de cambios *discontinuos,* los que ocurren cuando un punto que

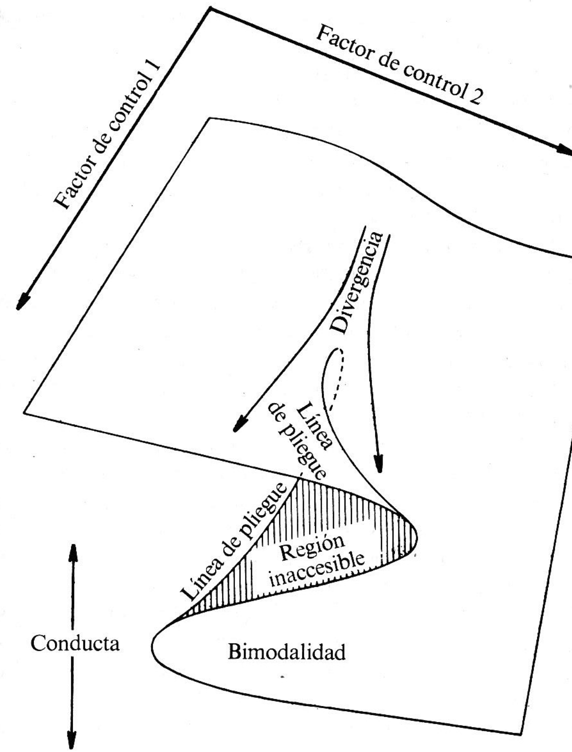


Figura 7. Gráfico de la catástrofe en cúspide.

se mueve hacia la derecha o la izquierda llega al labio del doblez. La Figura 8 muestra la situación: el sistema puede pasar suavemente de *a* a *c* y volver, de *a* a *b* y volver, de *b* a *e* y volver. Pero si el sistema está en *c* y el factor de control 2 aumenta, el punto llega a *d*, y no hay adónde ir. Lo que era un mínimo estable se ha convertido en un punto de inflexión, y cualquier otro incremento en el factor de control 2 obliga al sistema a «saltar» al único mínimo estable que queda, el de *e*. Pasa tan rápidamente como es posible a través de los estados de desequilibrio; la transición es una catástrofe. Un salto similar ocurre si un sistema en *e* es alterado por una disminución en el factor de control 2: se traslada a *f*, y luego tiene que saltar catastróficamente a *c*. Ambos saltos son equivalentes a la discontinuidad cuyas curvas de potencial se mostraron en la Figura 3. La catástrofe en cúspide es el modelo que describe la conducta del cliqueador de metal.

La Figura 8 muestra que es posible pasar de *c* a *e*, por ejemplo, o bien suavemente, o bien pasando por una catástrofe. Lo que ocurra en cada caso determinado dependerá de la sucesión y el grado de los cambios en los factores de control. En un experimento necesitaríamos tener ambos factores sometidos a nuestro control para poder elegir entre trayectorias continuas y discontinuas. Si un sistema está en el punto *c* y el factor de control 2 aumenta y disminuye alternativamente en una cantidad conveniente, el resultado es un ciclo de conducta con dos partes suaves unidas por catástrofes. Ese ciclo se llama *histéresis* y se encuentra en muchos sistemas dinámicos, desde circuitos eléctricos hasta psicosis maníaco-depresivas.

Así, el modelo de la catástrofe en cúspide añade una serie de rasgos que no había en el modelo en pliegue: bimodalidad, divergencia, dos conjuntos de saltos catastróficos, pasos suaves o repentinos entre los mismos estados iniciales y finales e histéresis. El modelo es valioso porque hay muchos procesos en el mundo real que parecen tener este grupo de tipos de conducta. En consecuencia, la cúspide es el modelo que se utiliza con mayor frecuencia en las aplicaciones cualitativas. Tomemos por ejemplo el ciclo de la vigilia y el sueño. Más arriba en este capítulo lo tratamos como si fuese un ciclo continuo, pero mirándolo más atentamente se nos aparece más bien como un ciclo de histéresis. Nuestro estado de conciencia cambia suavemente de un momento a otro mientras estamos despiertos o dormidos, pero la transición entre los dos niveles de conciencia es relativamente suave en unas ocasiones y repentina y discontinua en otras. ¿Hay algún incremento o disminución rítmicos en un «factor de control 2» fisiológico, quizá en los impulsos nerviosos o en los niveles de un producto

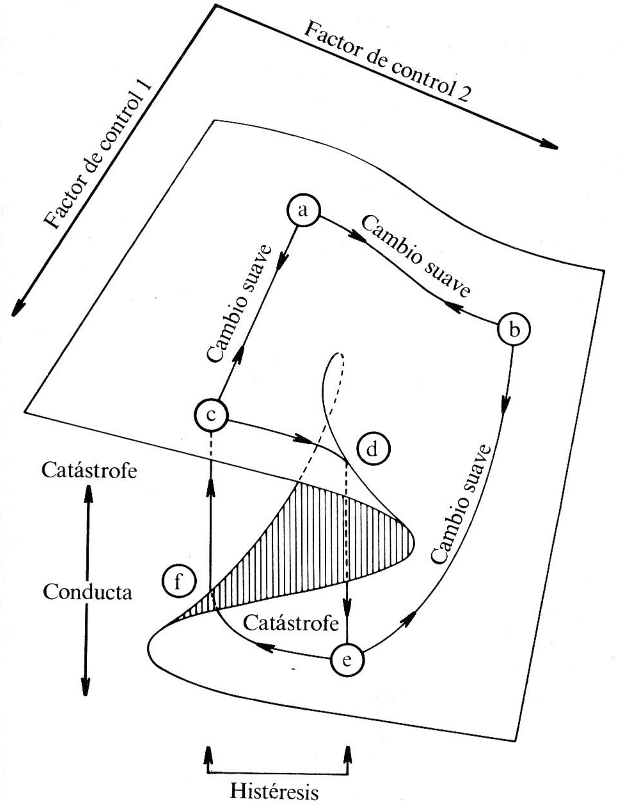


Figura 8. Cambios continuos y discontinuos que se muestran como trayectorias en el gráfico de la catástrofe en cúspide.

químico neurotransmisor en la base del cerebro, que provoque la somnolencia o la viveza? Cuando estamos medio despiertos, una ligera diferencia en la intensidad de un estímulo externo puede ser de la mayor importancia para que nos quedemos definitivamente dormidos o nos despertemos totalmente: nuestra respuesta es divergente.

Para otro ejemplo más concreto, consideremos la transición del agua entre sus estados líquido y gaseoso. Este es un cambio normalmente discontinuo, aunque no tiene por qué serlo. Con una temperatura y una presión suficientemente altas (374° C y 218 atmósferas), el agua cambia de líquido a vapor y viceversa sin hervir ni condensarse. La Figura 9 muestra la conducta del agua trazada en la superficie de la cúspide, con la temperatura y la presión como factores de control y la densidad del agua como conducta. La trayectoria de *a* a *d* puede ser suave con valores suficientemente altos para los factores de control, o puede ser

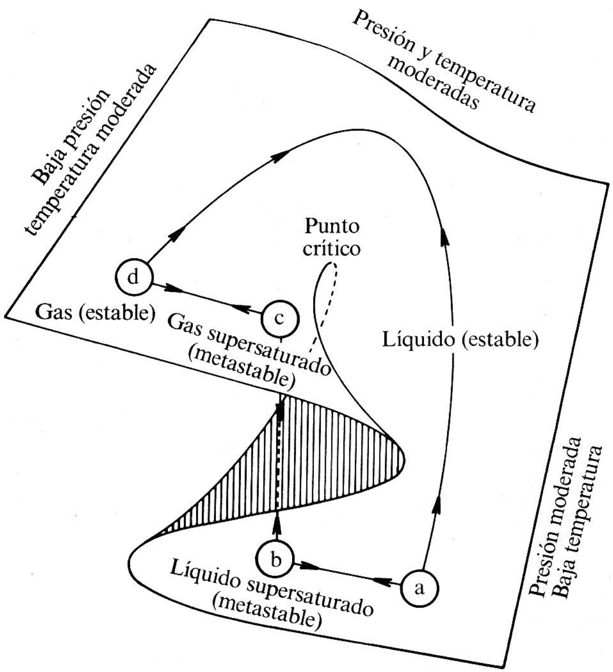


Figura 9. Un modelo de catástrofe en cúspide de la ebullición y la condensación. (Nota: los ejes de control están orientados a 45° respecto a su posición en las otras figuras.)

discontinuo, como ocurre en lo que consideramos condiciones normales (100° C y 1 atmósfera).

La experiencia nos dice que en condiciones normales, el agua hierve y se condensa a la misma temperatura. Esto está en contradicción con la conducta que hemos trazado en la superficie de la catástrofe en cúspide hasta el momento; en la Figura 9, el punto de conducta hace su transición antes de llegar al labio del doblez. La razón es que la ebullición y la condensación no son en realidad transiciones únicas sino las «medias» de las transiciones de millones de moléculas. Para este tipo de fenómeno, la catástrofe sigue lo que se llama la «regla de Maxwell», por el físico del siglo XIX James Clerk Maxwell. En otros casos, sigue la «regla del retraso», que significa que el punto de conducta permanece en el mínimo estable original tanto tiempo como puede. Antes hemos usado implícitamente la regla del retraso al describir la conducta en la cúspide. La mayor parte de los procesos que se tratan en los capítulos siguientes siguen la regla del retraso. (Por cierto, puede hacerse que el agua siga también esa regla. Si el calentamiento y el enfriamiento se realizan con mucho cuidado, el agua puede «sobrecalentarse» y el vapor «sobreenfriarse»; las transiciones que finalmente tienen lugar en cada caso *ocurren* a temperaturas diferentes.)

Una nota final sobre la estructura matemática de la catástrofe en cúspide: si uno puede visualizar un «corte» transversal en la superficie, paralelo al eje del factor de control 2, lo que uno ve depende de dónde esté hecho el corte. Si interseca la parte posterior de la superficie, el corte muestra una curva suavemente decreciente, más escarpada en su parte central. Si pasa a través del principio del doblez, el corte muestra una curva que se hace momentáneamente vertical en el centro y luego vuelve a aplanarse. Si el corte pasa a través del doblez, muestra una curva en forma de S que vuelve a doblarse sobre sí misma y tiene el aspecto de dos curvas en pliegue entrelazadas. En realidad, *son* dos curvas en pliegue entrelazadas. Cada una de las catástrofes elementales se construye a partir de las de dimensión menor. La catástrofe en cúspide contiene dos catástrofes en pliegue unidas en una singularidad topológica, el punto donde comienza el doblez. Del mismo modo, la cola de milano contiene una catástrofe en cúspide y una en pliegue unidas en una singularidad más compleja... y así sucesivamente.

* * *

La *catástrofe en cola de milano* puede usarse como modelo de procesos en sistemas en los que la conducta depende de tres factores de control. Su gráfico es tetradimensional, de modo que incluso un modelo tridimensional (y no digamos un dibujo) es inadecuado. Pero pueden obtenerse «rodajas» tridimensionales del gráfico fijando el valor de uno de los factores de control, como se muestra en la Figura 10. En parte de su extensión (10a) la superficie es simplemente una sábana doblada. En otra parte (10b), desarrolla el retorcimiento que recuerda la cola de un pájaro. Fuera del retorcimiento, la cola de milano tiene un estado estable para cada conjunto de condiciones. Fuera, tiene dos: una línea recta a través del retorcimiento pasaría a través de la superficie cuatro veces, dos por los máximos, dos por los mínimos. En el modelo de la cola de milano ocurre una catástrofe cada vez que un sistema abandona la superficie, tanto si es para cambiarse a otra capa de la superficie como a una posición fuera de la superficie.

La catástrofe en cola de milano no es especialmente útil como modelo cualitativo porque, en una amplia gama de condiciones, no puede existir ningún estado estable. Como ocurre con la catástrofe en pliegue, bajo esas condiciones no puede observarse la conducta estable.

* * *

La *catástrofe en mariposa* depende de cuatro factores de control, y su gráfico es pentadimensional. Una imagen tridimensional representa lo que podría llamarse la sombra de una sección transversal. Dos imágenes de ese tipo, obtenidas manteniendo constante un factor de control y permitiendo a otro que tome dos valores fijos diferentes, se

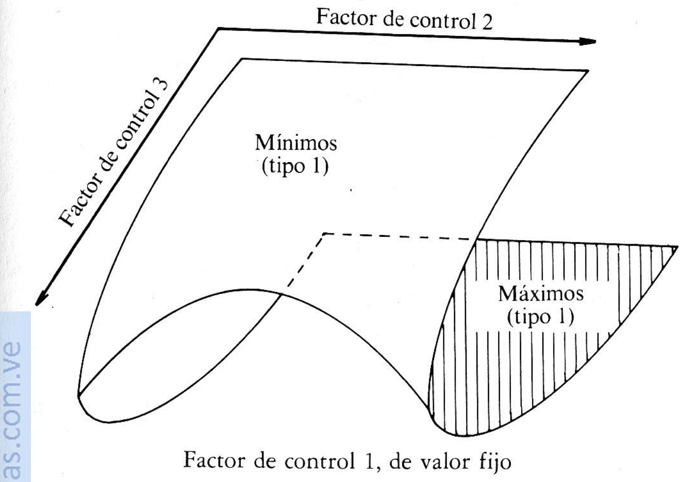


Figura 10a. Dos «rodajas» tridimensionales de la cola de milano.

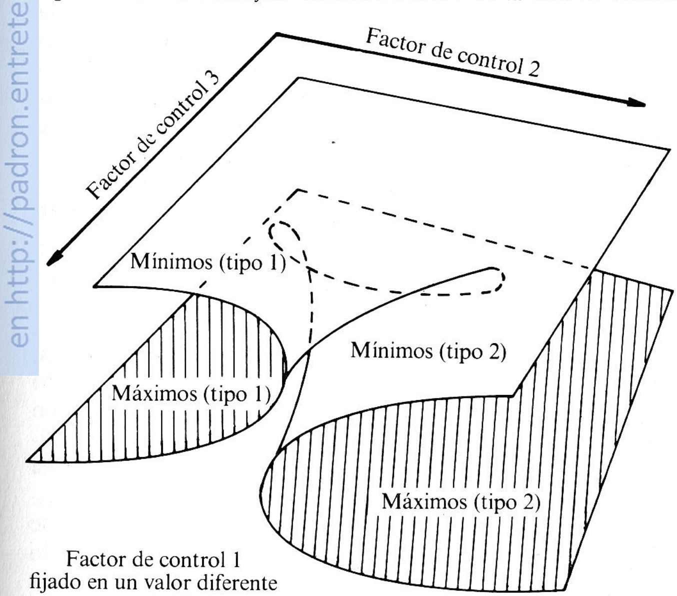


Figura 10b. Gráfico de la catástrofe.

muestran en la Figura 11. La superficie es como la de una catástrofe en cúspide en parte de su extensión (11a), pero desarrolla una «bolsa» de proporciones variables en otra región (11b). Algunas líneas a través de la última región citada tocan a la superficie en cinco puntos, tres de ellos mínimos estables, de modo que la conducta en esos conjuntos de condiciones es trimodal. La catástrofe ocurre cada vez que hay un salto entre las capas. El modo que se ve depende de la dirección desde la que se aborda la bolsa. Aunque la superficie parece intersecarse a sí misma en estos dibujos, no lo hace en realidad (por la misma razón que las líneas que forman los extremos del cubo de Necker no intersecan en el espacio de tres dimensiones, aunque parece que lo hagan sobre el papel).

El modelo de la mariposa presenta una amplia gama de conductas similares a las de la cúspide y, con todo, debido a su mayor número de factores de control y a su mayor complejidad, puede exhibir una conducta más complicada también. Los factores de control adicionales del modelo de la mariposa provocan una separación de la superficie de catástrofe en tres capas distintas, y la capa intermedia representa un estado de compromiso entre dos extremos de conducta (las capas superior e inferior). Como consecuencia de ello, puede resultar de suma utilidad como modelo cualitativo, sobre todo para situaciones en las que surge un compromiso entre estados en conflicto, como puede ocurrir en las negociaciones laborales.

* * *

Los gráficos de las *catástrofes umbílicas* (hiperbólica, elíptica y parabólica) son respectivamente de cinco, cinco y seis dimensiones. En vez de un eje de conducta tienen dos, de modo que una transición catastrófica debe imaginarse no como el salto de un punto a lo largo de una línea recta (como en el gráfico de la cúspide) sino como una línea saltando en un plano. Obviamente, estos tres tipos de catástrofe umbílica son «elementales» sólo en un sentido técnico. Su geometría es muy rica: considérese cuántos rasgos de conducta son posibles simplemente con la cúspide,

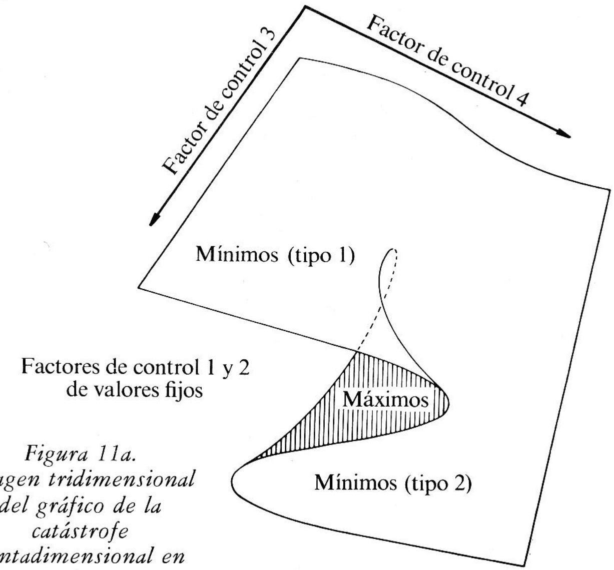


Figura 11a. Imagen tridimensional del gráfico de la catástrofe pentadimensional en mariposa.

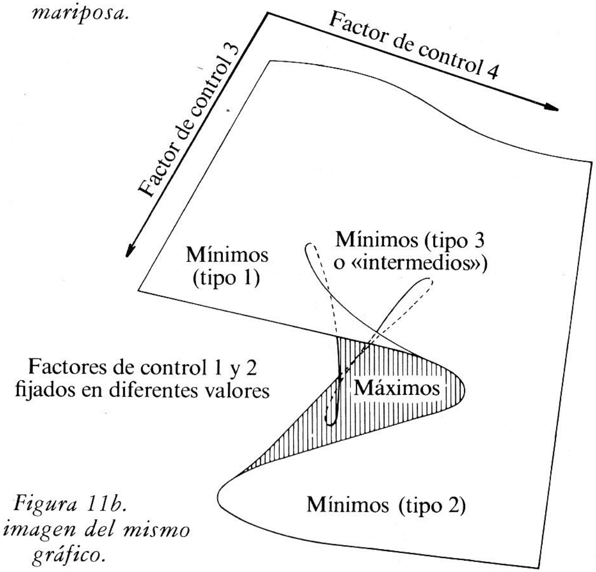


Figura 11b. Otra imagen del mismo gráfico.

y extiéndase esa diversidad a varias dimensiones adicionales. Incluso los expertos pueden perderse en su complejidad, como descubrió Thom cuando su primera identificación de la catástrofe umbílica hiperbólica con la forma de una ola al romper resultó errónea. Se ha demostrado que es posible estudiar estas formas complejas programando un ordenador para que dibuje proyecciones planas de ellas para varias combinaciones de los valores de los factores de control. Algunas muestras de esas proyecciones se encuentran en la Figura 12 (umbílica hiperbólica), Figura 13 (umbílica elíptica) y Figura 14 (umbílica parabólica). Como con los demás modelos, la catástrofe ocurre en los modelos umbílicos cada vez que el sistema abandona la superficie.

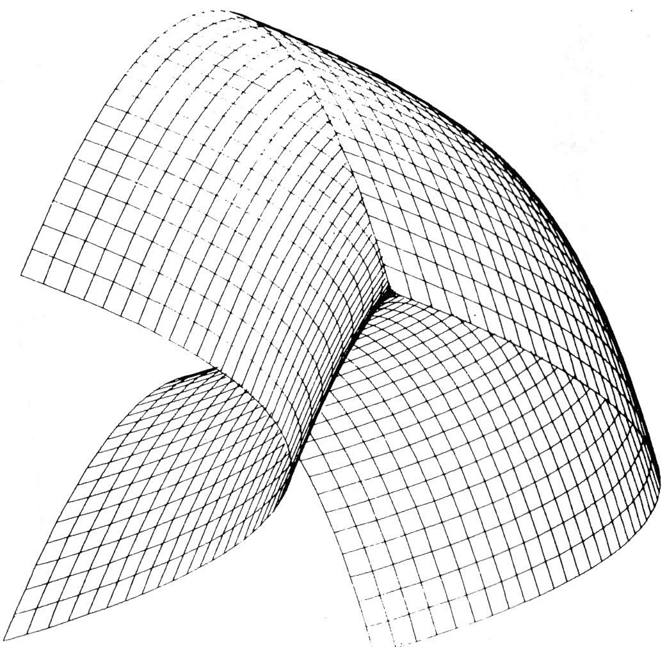


Figura 12. Proyección dibujada por ordenador del gráfico de la catástrofe umbílica hiperbólica.

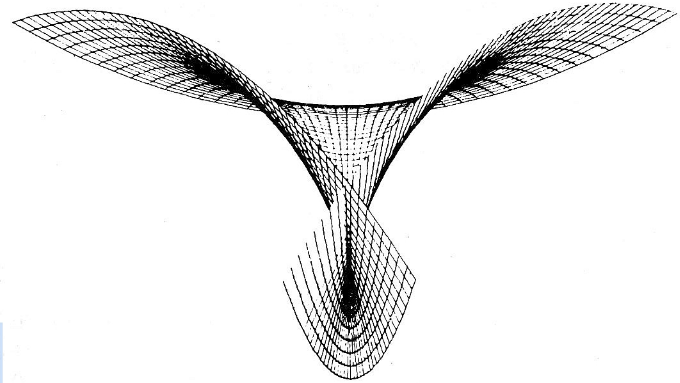


Figura 13. Proyección dibujada por ordenador del gráfico de la catástrofe umbílica elíptica.

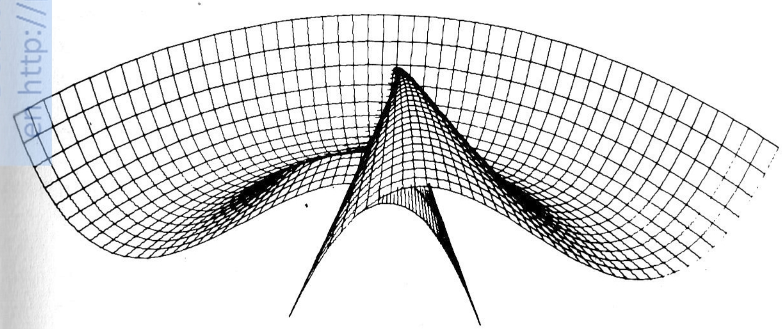


Figura 14. Proyección dibujada por ordenador del gráfico de la catástrofe umbílica parabólica.

La rica geometría de las catástrofes umbílicas ha sugerido su utilidad como modelos cualitativos para fenómenos físicos complejos, tales como los relacionados con la óptica geométrica, el diseño de ingeniería y la dinámica de fluidos. Sin embargo, a causa de su extrema complejidad, no se prestan inmediatamente al uso relativamente «aproximado» de modelos típico de las ciencias sociales.

* * *

Estas siete formas son los productos de lo que el matemático Ian Stewart llama el «maravilloso teorema» de Thom. Desde 1965, el teorema se ha extendido para describir sistemas con cinco factores de control, añadiendo con ello otras cuatro catástrofes más complejas, incluso, que las siete originales. Para las catástrofes con más de cinco factores de control hay un número infinito de singularidades sin desdoblamientos únicos. Cuando esto ocurre, ya no se puede distinguir entre las posibles superficies de catástrofe.

Hay que recordar tres puntos importantes al usar los gráficos de las catástrofes elementales como modelos de procesos cualitativos. En primer lugar, *no tienen escala.* Aunque podemos decir que el valor de un factor de control dado aumenta en una dirección y disminuye en la dirección opuesta, no podemos decir con cuánta rapidez lo hace. De hecho, la tasa de aumento o disminución no necesita ser constante, de modo que es posible que casi toda la superficie de la catástrofe en cúspide se «comprima» en una gama estrecha de valores para uno de los factores de control, mientras que el resto de la superficie se «estira» en una gama mucho más amplia. Lo que esto significa es que un gráfico de catástrofe en sí mismo no nos da información cuantitativa. Para identificar cualquier punto de él con un nivel específico de conducta, es necesario hacer encajar la superficie en mediciones empíricas.

En segundo lugar, esos gráficos muestran la forma *canónica* de cada superficie de catástrofe; es decir, son las formas básicas o típicas. En realidad, por el teorema de clasificación, cualquier superficie de hasta seis dimensiones es topológicamente equivalente a una de las siete formas canónicas. Se ha llamado a la topología «geometría de plancha de goma» y ayuda el pensar en las superficies como si fuesen de goma. Pueden deformarse de cualquier manera imaginable, siempre que no se rasguen y siempre que no aparezcan en ellas nuevos rasgos cualitativos. Es decir, la superficie real de conducta para un proceso con dos factores de control puede ser cualquier distorsión de la superficie canónica de la cúspide, pero no puede tener ninguna singularidad local más compleja que un doblez.

En tercer lugar, estos modelos están, ellos mismos, sumamente *idealizados* por el supuesto de que sólo hay implicado un potencial único. Este supuesto implica que un solo tipo de catástrofe elemental puede servir de modelo a todo un proceso. En procesos naturales complejos, tales como la formación de un embrión, existen múltiples potenciales y existen tendencias en conflicto para maximizar o minimizar cada uno de ellos. Como consecuencia, un proceso que muestre un comportamiento de cúspide en un momento puede evolucionar a una mariposa o una umbílica. Las catástrofes elementales mismas son, en un sentido, estáticas. Gran parte de *Stabilité structurelle et morphogènese* está dedicada a una discusión informal, intuitiva de cómo podrían generar las catástrofes de alta dimensión, aunque no sean visibles o clasificables ellas mismas, una serie estable o inestable de catástrofes elementales. Esta discusión está más allá del alcance de este libro; en la concepción de Thom, las catástrofes elementales no son más que el comienzo de una «teoría general de modelos».

CAPÍTULO 4

La controversia

> ... Estamos entusiasmados ante la perspectiva de nuevas aplicaciones de las matemáticas, y preocupados porque muchos se sentirán desencantados con toda la matemática moderna cuando descubran, como nosotros, que la teoría de catástrofes es un callejón sin salida.
>
> R. S. ZAHLER y H. J. SUSSMANN

> Algunos de mis lectores estarán de acuerdo conmigo en que el grado de interés o importancia de una idea matemática o física rara vez se corresponde con su rigor formal; el resto quizá deba esperar unos cuantos años...
>
> RÉNE THOM

Cuanto más profundamente original es una idea, más tarda en transformar nuestra forma de pensar, y más difícil es evaluarla a primera vista. Por ejemplo, la teoría de Newton de que los objetos se atraían mutuamente estando a distancia tuvo que superar la oposición de los seguidores de Descartes, que había imaginado que el espacio estaba lleno de una materia más o menos tangible y que la fuerza era el efecto de vórtices remolineando dentro de esa manera.

«De ahí que en aquel tiempo», escribió el físico Philipp Frank en 1949, «los seguidores de Newton... elogiaran sus enseñanzas como "matemáticas" y "espirituales" en oposición al materialismo». ¿Quién hubiera podido imaginar en 1700 que el pensamiento newtoniano iba a convertirse casi en el sinónimo de materialismo?

Hoy, los principios de Newton parecen de puro sentido común. Pero, como nos recuerda Jeremy Bernstein, discípulo de Frank, «la idea de que las teorías del pasado son más intuitivas y más sólidas se basa en una ilusión óptica producida por el paso del tiempo. Cualquiera, incluso un científico contemporáneo, que estudie los *Principia* de Newton, con su fantástica colección de argumentos geométricos y de presuposiciones cuasi-teológicas, obtiene una visión más clara de lo difíciles y lo poco intuitivos que son realmente». Quizá el signo más seguro de una idea verdaderamente revolucionaria es su capacidad, revelada con el paso de generaciones incluso de siglos, de transformar lo que una vez pareció abstracto en lo normal, lo cotidiano, lo intuitivamente obvio.

Como hemos visto, las ideas de la teoría de catástrofes empezaron a circular a finales de los años 60, pero el amplio alcance y la ambición de la teoría no se hicieron claros hasta la publicación de *Stabilité structurelle et morphogènese* en 1972. En tres reseñas que aparecieron en 1973, los tres reseñistas, un matemático, un biólogo y un físico, mostraron unas reacciones notablemente parecidas. Los tres hicieron notar la extraordinaria amplitud de la imaginación de Thom, los tres tenían sus reservas sobre las aplicaciones que se esbozaban para la teoría y los tres estaban convencidos del alcance de su importancia.

Tanto los *Principia* de Newton como el libro de Thom, observó el físico C. W. Kilmister, del Kings College de Londres.

> ... establecen un nuevo marco conceptual para la comprensión de la naturaleza y ambos se lanzan, igualmente, a especular sin límites... Del [libro] de Thom saldrá una elaboración que permitirá a nuestros hijos usar de forma más precisa el concepto de catástrofe que él introduce. Casi toda

> la especulación de los *Principia* ha resultado totalmente errónea, aunque sería difícil decir hasta qué punto eso impidió que fuese útil en su día. Así, el criterio para juzgar las aplicaciones especulativas de Thom debe basarse en lo estimulante de su carácter sin tratar de prejuzgar su corrección.

Brian Goodwin, un biólogo experimental y teórico que había asistido a las conferencias de Bellaggio, escribió que «prácticamente todo proceso biológico específico descrito y analizado por la teoría que se presenta en este libro está explicado en este momento de una manera más completa y adecuada» por los modelos de los planos específicos (bioquímico, fisiológico, genético, etc.) que por los modelos más generales de Thom. A éstos los encontraba «llenos de improvisaciones y ricos en sugerencias». Sin embargo, pensaba que el libro era «notable... por la amplitud de la investigación emprendida y por la unidad y la coherencia de visión que lograba» y añadía que a pesar de sus fallos, le daba

> una sensación de liberación y de iluminación semejante a la que supongo que debieron sentir los astrónomos [del siglo XVI] cuando se les presentó la geometría heliocéntrica [centrada en el sol] copernicana... Incluso aunque su modelo biológico fracase, la alentadora inspiración y la amplitud del libro lo sitúan en la mejor tradición de la filosofía natural, de la búsqueda de una síntesis rigurosa y llena de sentido...

Al reseñar el libro para el *Bulletin* de la American Mathematical Society, John Guckenheimer, un experto en teoría dinámica y en topología, empezó advirtiendo a su público de que no se trataba de una obra matemática y de que aplicarle los criterios técnicos usuales respecto a las demostraciones rigurosas sería un error, puesto que Thom no había pretendido que hubiera intentado cumplir esos requisitos. «En lugar de insistir en que el estilo de Thom se conforme a las normas establecidas», escribió Guckenheimer, «deberíamos aplaudirle por hacernos partícipes de su magnífica imaginación». Guckenheimer encontraba a Thom excesivamente optimista en algunos de sus supuestos matemáticos y físicos y algo vago en los vínculos entre los supuestos y las aplicaciones pero, como Kilmister y Goodwin, estaba entusiasmado con la significación general de la teoría. Concluía su reseña sugiriendo que Thom quizá fuese incluso demasiado cauteloso respecto al impacto de sus matemáticas en la biología. «Thom se siente pesimista respecto a la posibilidad de superar la brecha entre su teoría de la singularidad y los modelos experimentales, pero yo no estoy tan seguro... En el pasado, entender a Thom, ha sido una experiencia provechosa. Tenemos mucho que descubrir todos nosotros de este maravilloso libro.»

Por la reacción ante *Stabilité structurelle et morphogènese* podría suponerse que desarrollar cualquier juicio amplio de la teoría de catástrofes iba a requerir muchos años, incluso generaciones. Pero el paso de la teoría del terreno de la matemática pura al de las aplicaciones ha sido tan rápido, especialmente en las manos de Zeeman, que ha dado lugar a una fuerte reacción negativa. El portavoz más articulado de esta reacción es el matemático Hector J. Sussmann de Rutgers. Sussmann estudió la teoría de catástrofes por primera vez para presentarla en un seminario de Rutgers y su artículo de 1975 sobre los aspectos matemáticos de la teoría era un resumen bien informado y de una claridad admirable. «El autor no toma posición sobre la cuestión, ardientemente debatida, de si la teoría de catástrofes tiene realmente aplicaciones importantes», escribió entonces.

En 1976 Sussmann estaba adoptando una posición —y echando leña al debate. En un artículo que presentó ante la Philosophy of Science Association, hizo la disección de tres modelos de Zeeman: para hundimientos de la bolsa, para disturbios en las cárceles y para los efectos de la opinión pública sobre política militar, y encontró que estaban «vagamente formulados, basados en hipótesis falsas [y que llevaban] a pocas predicciones que no fuesen triviales. Además, la mayoría de esas predicciones no concuerdan con la realidad». Sussman empezó a trabajar en un ataque más extenso en colaboración con Raphael S. Zahler de Yale. Meses antes de su publicación este ataque fue resumido por Gina Kolata en *Science* con el titular: TEORÍA DE CATÁS-

TROFES: EL EMPERADOR ESTÁ DESNUDO. Sussmann estaba muy solicitado como conferenciante, informaba Kolata, y había un público creciente para su vigorosa polémica. «Sussmann convence a todo el mundo», le había dicho el especialista en matemáticas aplicadas Joseph Keller. «Incluso personas que apoyaban las aplicaciones de la teoría de catástrofes salen de su conferencia diciendo: ¿cómo ha podido alguien creer eso?» En un número posterior de *Science* hubo una serie de lectores que defendieron la teoría.

Zahler y Sussmann presentaron los puntos principales de su larga crítica en uno de los últimos números de 1977 de *Nature* (el equivalente británico de *Science),* donde habían aparecido la reseña de Goodwin y varios artículos sobre teoría de catástrofes en ingeniería y en física. Concluían que

> las afirmaciones que se han hecho sobre la teoría son enormemente exageradas y sus logros, al menos en las ciencias biológicas y sociales, son insignificantes... La teoría de catástrofes es uno de los muchos intentos que se han hecho de hacer deducciones sobre el mundo con el pensamiento solo... un sueño atractivo para los matemáticos pero un sueño que es irrealizable.

Para los científicos que seguían el debate a través de esas revistas, el cuadro era bastante confuso. Para los profanos que se enfrentaban a versiones de tercera o cuarta mano de la teoría, era mareante. Un semanario les había dicho en 1976 que la teoría de catástrofes había sido «saludada como una "revolución intelectual" en matemáticas, el acontecimiento más importante desde el desarrollo del cálculo» y que estaba siendo utilizada para construir puentes; en 1977, otra revista les hablaba de «la muerte de la teoría» y expresaba satisfacción porque «nosotros los profanos, cuyos conocimientos matemáticos residen en algún lugar del reverso de un talonario del que se ha hecho balance, podemos despreciar alegremente la teoría de catástrofes como algo por lo que, si no entendemos una palabra, no tenemos por qué sentirnos acomplejados».

Ambas declaraciones son engañosas o algo peor. La afirmación de que la teoría es una «revolución intelectual» no

tiene sentido para las matemáticas, que no avanzan desplazando viejas ideas sino ampliándolas, profundizando en ellas y combinándolas como hizo Poincaré. Y, aunque es natural comparar la teoría de catástrofes al cálculo (porque se desarrolló en parte para equilibrar el énfasis del cálculo en la cantidad y la continuidad), su «importancia» —su impacto a largo plazo en la ciencia— no estará clara en mucho tiempo. El propio cálculo tardó mucho tiempo en convertirse en el principal instrumento de la ciencia matemática y sus fundamentos conceptuales no se hicieron rigurosos hasta que no llevaba dos siglos en uso. En cuanto a tareas tecnológicas como la construcción de puentes, la contribución de la teoría de catástrofes atañe al diseño de experimentos sobre componentes estructurales y no al ingeniero en la obra.

La segunda aserción, que descarta totalmente la teoría de catástrofes, yerra el tiro todavía más, porque confunde los dolores del crecimiento de la teoría con una herida mortal. Trae reminiscencias del editorial de un periódico de los años 20 en el que se criticaba a Robert Goddard, el científico pionero en la investigación de cohetes espaciales, por no ver que sus diseños serían inútiles en el espacio exterior, donde no había aire contra el que tuviera que ejercer empuje el chorro del cohete.

En realidad, la controversia en torno a la teoría de catástrofes es más fácil de entender que la propia teoría, una vez que nos damos cuenta de que hay realmente cuatro argumentos: uno sobre los cimientos de la teoría en la matemática y en la filosofía natural; uno sobre los supuestos necesarios para aplicarla; uno sobre los detalles de las aplicaciones específicas y uno sosbre las actitudes, el estilo, incluso sobre la honestidad científica de los defensores y los detractores de la teoría. El argumento sobre las aplicaciones específicas se entiende mejor en su contexto y se expondrá en los capítulos 5 a 9. El resto de este capítulo examinará las otras áreas del debate.

Las matemáticas tienen dos filos: uno en sus abstracciones formales, la pura manipulación de ideas y otra en sus aplicaciones al mundo real. Para Thom son los dos filos de una sola herramienta. Thom tiene confianza en lo que el físico Eugene Wigner ha llamado «la irrazonable efectividad de las matemáticas en las ciencias naturales», y la encuentra, de hecho, bastante razonable, dada su concepción sobre la correspondencia topológica entre la estructura del mundo y la estructura de las ideas.

Pero la aplicación de una herramienta así, sobre todo cuando la matemática implicada es nueva, es una cuestión de intuición creativa e incluso de gusto personal. Por ejemplo, aunque es educado y reservado por naturaleza, se dice que Thom interrumpió una vez la descripción que hacía un colega de una nueva línea de pensamiento diciendo: «¡No me gusta nada esa conjetura... e, incluso si es correcta, es incorrecta en espíritu!» Hay matemáticos que reaccionan con un instinto similar, quizá incluso con prejuicio, a las conjeturas con las que Thom desarrolló la teoría de catástrofes a partir de sus orígenes matemáticos en el estudio de las singularidades.

En primer lugar, dicen, la clasificación de las catástrofes elementales depende de lo que se llama análisis «local» de las propiedades topológicas, en otras palabras, del análisis que describe sólo la zona inmediatamente vecina a la singularidad. Pero el teorema de clasificación no demuestra que el ámbito total de un sistema, su comportamiento «global», sea igual que su comportamiento en esa vecindad. Los dibujos canónicos del capítulo 3 podrían representar sólo una parte pequeña de la conducta global. Como el enfoque topológico no proporciona una escala, es necesario un acto de fe para hacer corresponder un salto matemático en la superficie de catástrofe con una discontinuidad observada en la naturaleza la justificación de este y la integración de las catástrofes elementales en el esquema global que Thom esboza en su libro requerirán mayores avances en las matemáticas; quizá los lleve a cabo Thom, quizá sean otros teóricos de las singularidades. Existen obstáculos conceptuales, no meras dificultades técnicas, en el camino de esos avances.

Un matemático estrechamente identificado con el análisis global es Steven Smale, premiado también él con la medalla Fields, que adopta una posición muy crítica de la teoría de catástrofes. «Tiene más de filosofía que de matemática», dice, «e, incluso como filosofía, no explica el mundo real... Como matemática, reúne dos de las ideas más básicas en las matemáticas modernas: el estudio de los sistemas dinámicos y el estudio de las singularidades de los mapas. Juntas cubren un área muy amplia, pero la teoría de catástrofes las reúne de una forma arbitraria y forzada». Para Thom, desde luego, el objetivo no es la explicación sino la descripción, y el modo en que ha combinado las ideas matemáticas es una consecuencia natural de su supuesto de estabilidad estructural.

Otros matemáticos oponen objeciones a la afirmación de Zeeman de que la teoría de catástrofes es el mejor o el primer enfoque de la discontinuidad en la naturaleza. Ya existen técnicas sumamente desarrolladas para eso, dicen señalando las matemáticas de la teoría cuántica, la teoría de las ondas de choque y especialmente el campo muy activo de la teoría de la bifurcación. La teoría de la bifurcación, como la teoría de catástrofes, tiene su origen en Poincaré; consiste en el estudio de ecuaciones cuyas curvas se ramifican o «bifurcan» en un punto crítico, de modo que dos o más valores de y son posibles para un solo valor de x. Volvamos a mirar la Figura 7 y visualicemos un corte transversal paralelo al eje del factor de control 1, pasando directamente por la singularidad y por el centro del doblez. El corte muestra una sola línea hasta un valor crítico del factor de control 1 y después dos ramas divergentes. De hecho, existe una estrecha correspondencia entre la teoría de catástrofes y la de la bifurcación, y en muchos casos sus matemáticas son equivalentes o superpuestas. No obstante, la teoría de la bifurcación es mucho más analítica en espíritu.

En una conferencia en la New York Academy of Sciences sobre teoría de la bifurcación y una amplia gama de sus aplicaciones a finales de 1977, resultaron evidentes los efectos de la controversia en torno a la teoría de catástrofes. Algunos de los participantes utilizaron la terminología y el simbolismo gráfico de ambas teorías, mientras que otros hicieron todo lo posible por distanciarse, ellos y su obra, de la teoría de catástrofes. Es muy posible que, con el tiempo, una de las dos teorías sea absorbida por la otra o que las dos pasen a formar parte de una teoría más amplia todavía sin nombre; esa perspectiva puede haber alimentado la tensión. Martin Golubitsky, un matemático que ha trabajado sobre las aplicaciones de ambas teorías en la física y en la ingeniería, inició su charla con una diapositiva que mostraba una tira cómica del dibujante Fisher, de la revista *New Yorker,* en la que a una nave vikinga con la proa en forma de fiero dragón se le acercaba otra nave con un mascarón en forma de conejo sonriente. En la vela de la nave vikinga, Golubitsky había escrito ANÁLISIS ESTRICTO, en el mástil de la otra nave flotaba un estandarte con las palabras TEORÍA DE CATÁSTROFES. Golubitsky leyó el epígrafe: el capitán vikingo decía: «¡Cuidado, hombres, esto no me gusta nada!» Hubo prolongadas risas entre el público.

La teoría de la bifurcación también supone un desafío al principio de Thom de la estabilidad estructural. En años recientes, los teóricos de la bifurcación han hecho grandes progresos en el análisis de las ecuaciones cuyas curvas se ramifican una y otra vez, hasta que puede haber infinitas soluciones posibles bajo un conjunto dado de condiciones. Muchos investigadores creen que esas ecuaciones pueden describir fenómenos tales como poblaciones animales que fluctúan erráticamente de un año a otro (incluso bajo condiciones estables), o el inicio de turbulencia en un fluido que fluye suavemente. En algunos casos, esos sistemas establecen un ciclo periódico, pero en otros vagan sin forma precisa de un modo de conducta a otro.

«Hay modelos muy razonables para sucesos del mundo real que simplemente no son estructuralmente estables o ni siquiera cualitativamente predictibles», dice John Guckenheimer. El modelo de paisaje de Waddington y Thom tenía cuencas y valles para «atraer» a los procesos; Guckenheimer y otros han descubierto nuevas estructuras ma-

temáticas que llaman «atractores extraños» y «atractores vagos» que parecen no llevar ni a un estado estable ni a un curso estable de cambio. Sólo el tiempo dirá si la teoría de catástrofes puede describir adecuadamente el comportamiento caótico de los sistemas atrapados por esos atractores.

Aparte de las cuestiones de análisis local contra análisis global y de estabilidad estructural, la teoría de catástrofes se enfrenta a una posición profundamente enraizada por parte de los que creen que es, como lo expresan Zahler y Sussmann, un intento «de hacer deducciones sobre el mundo con el pensamiento solo». Estos oponentes ven en la filosofía de Thom una nueva versión del idealismo matemático de Pitágoras y Platón, que situó a la geometría en un plano más elevado que nuestras imperfectas y cambiantes percepciones de la naturaleza. Esta acusación no parece apropiada en absoluto, en vista de la posición explícita de Thom:

> ... uno no debería declarar nunca que, debido a tal y tal teorema, tal y tal morfología va a aparecer inevitablemente. En ningún caso tienen las matemáticas ningún derecho a decretar nada respecto a la realidad. Lo único que podría decirse es que, debido a tal y tal teorema, *uno tiene que esperar* que la morfología empírica tomará tal y tal forma. Si la realidad no obedece el teorema —eso puede ocurrir— [ello] hace la situación todavía más interesante.

Efectivamente, Thom devuelve el tiro astutamente contra sus oponentes al señalar que las leyes cuantitativas más rigurosas, las de la gravitación y el electromagnetismo, están inextricablemente ligadas a la geometría del espacio-tiempo, como lo muestra la teoría de la relatividad. «Exigir que todos los fenómenos naturales se rijan por una ley cuantitativa es en realidad exigir que todos los fenómenos sean reducibles a la geometría del espacio-tiempo. Yo seré un geómetra profesional pero, de todas formas, encuentro este postulado algo exorbitante.»

Supuestos discutibles

Dos suposiciones son necesarias para aplicar la teoría de catástrofes en su forma actual: primero, que el sistema descrito se rija por un potencial, y segundo, que su conducta dependa de un número limitado de factores de control. Sin esos supuestos la clasificación de las catástrofes elementales es imposible.

Como hemos visto, el concepto de potencial es ampliamente utilizado. La precisión matemática del concepto, sin embargo, varía de un caso a otro. Está claro que una tira de goma, por ejemplo, se comporta de manera que se minimice la tensión y hay acuerdo general respecto a cómo expresar ese hecho matemáticamente. Pero cuando Zeeman supone en uno de sus modelos sobre la opinión pública que un gobierno democrático actúa de forma que se maximice el apoyo público a su política, esto es más cuestionable. «Siempre puede encontrarse o definirse algo que parece un potencial», dice un matemático, «pero no todo potencial tiene que dar lugar a una catástrofe elemental». El biólogo matemático Jack Cowan sostiene que «la biología está llena de oscilaciones y de ciclos más o menos estables en todos los niveles y es raro encontrar un potencial claro que haga la situación estrictamente tratable en términos de la teoría de catástrofes».

Aunque esas críticas son de peso, deberíamos recordar que bajo una u otra forma, el concepto de potencial ha constituido siempre una parte de la ciencia. En el siglo III de nuestra era Herón de Alejandría mostró que la luz se reflejaba siempre de tal manera que siguiera el camino más corto posible y esta idea está presente en toda la historia de la óptica. Otros principios de «máximos» y «mínimos» son comunes en la física y la química. D'Arcy Thompson mostró con cuánta frecuencia tienen un papel en la constitución de la forma orgánica. La teoría de mayor alcance en la biología, la de la evolución, está construida en torno a un potencial implícito: la idea de que el éxito evolutivo está determinado por la capacidad de un organismo de maximizar su reproducción en un medio ambiente dado. Las teorías económicas se centran en máximos y mínimos en las relaciones de coste, producción, utilidad y así sucesivamente. Por tanto, el supuesto de un potencial en las aplicaciones de la teoría de catástrofes, aunque discutible, se basa en una larga tradición de éxito.

Del mismo modo, el supuesto de un número limitado de factores de control forma parte de todos los modelos útiles, no es peculiar de la teoría de catástrofes. En algún sentido, naturalmente, todo en el universo afecta a cada suceso particular, pero en la práctica siempre restringimos nuestra reflexión a unos pocos factores importantes. El genético de poblaciones Richard Lewontin lo expresa claramente: «Puede ser cierto que "no puedes tocar una flor sin turbar a una estrella" pero el programa de ordenador que guía una cápsula espacial no tiene, de hecho, que tener en cuenta mi actividad jardinera.» Para todo propósito práctico, la limitación de la aplicación de la teoría de catástrofes elementales a procesos con sólo unos pocos factores de control no es realmente una restricción. Hace falta buen juicio para seleccionar los factores para un modelo específico, sin embargo: si se omite un factor importante, la teoría de catástrofes (como cualquier otra) puede ofrecer una imagen errónea o engañosa.

Todo está permitido

La atracción de una idea nueva en ciencia está expresada elocuentemente en *The Lives of a Cell,* de Lewis Thomas. Este autor compara a los científicos cuando responden a un concepto nuevo con los insectos que encuentran alimento o pareja guiándose por cantidades minúsculas de productos químicos transportados por el aire.

> Tan pronto como se revela un indicio, se produce un temblor en los receptores de la parte posterior del cuello, hay una convergencia masiva de mentes móviles que vuelan elevándose con el viento en un gradiente de sorpresa, que se amontonan alrededor de la fuente... en una especie de actividad que parece tan desordenada y agitada como la

de las abejas en una parte perturbada de la colmena; de repente surge, con la pureza de una frase musical lenta, una sola verdad nueva sobre la naturaleza.

Hasta el momento ha habido mucha más agitación que pureza en las reacciones provocadas por la teoría de catástrofes. En realidad, la controversia ha tomado el aspecto de una reyerta intelectual de gran escala, quizá la mayor desde la lucha sobre la teoría de la evolución (otra idea cualitativa que trataba de organizar y dar sentido a las observaciones existentes). Como la esfera de la teoría de catástrofes parece tan amplia, se han hecho afirmaciones muy generales respecto a ella... y los que no comparten el entusiasmo han respondido con denuncias igualmente generales.

Las teorías serán abstractas, pero los matemáticos y los científicos son de carne y hueso. El público profano está tomando conciencia de esto. El libro *The Double Helix,* por ejemplo, fue un *best-seller* porque ofrecía a los lectores la posibilidad de ver, detrás del Premio Nobel, la búsqueda fieramente competitiva de la estructura del ADN de su autor, James Watson y su colega, Francis Crick. Sin embargo, la investigación de laboratorio y la construcción de modelos moleculares nos son relativamente conocidas en comparación con las exploraciones matemáticas en una pizarra. Entendemos fácilmente la alegría de Watson cuando se enteró de que su rival Linus Pauling había cometido un error que le retrasaría, pero es mucho más difícil ver la razón de que esté en peligro la reputación de uno a causa de un argumento esotérico sobre la validez de la topología Whitney C^{00} para ciertos espacios de función.

La división algo arbitraria entre matemáticas puras y aplicadas también tiene un papel en la controversia. «Los universos "imaginarios" son muchísimo más bellos que este universo "real" construido de una manera tan estúpida», escribió el matemático puro G. H. Hardy, «y muchos de los mejores productos de la fantasía de un matemático aplicado tienen que rechazarse nada más ser creados por la brutal pero suficiente razón de que no encajan en los hechos». Keller, Sussmann y otros han acusado a la teoría de catástrofes de atraer la atención de los matemáticos puros que quieren hacer algo útil «sin saber nada más que matemáticas» y de «ofrecer una oportunidad de demostrar teoremas junto con la satisfactoria sensación de que están trabajando sobre algo que es "aplicado"».

Es probable que un matemático aplicado sienta sospechas al oír la satisfecha descripción que hace Zeeman de las reuniones de Bellaggio: «En la primera, en 1966, cada especialista hablaba con su vecino más próximo: el matemático puro con el aplicado, el aplicado con el físico matemático, el físico con el químico y así sucesivamente. En la última, los matemáticos puros y los biólogos se hablaban directamente unos a otros». El matemático aplicado no está acostumbrado a que le pasen por encima de ese modo y su amor propio puede reforzar sus opiniones cuando dice al matemático puro «usted no sabe cómo es el mundo real» y dice al científico interesado en la teoría de catástrofes «usted no sabe suficientes matemáticas para ver la cantidad de defectos que tiene».

Tanto entre los matemáticos puros como entre los aplicados hay una sensación de sorpresa y de resentimiento por el amplio interés del público en la teoría. El artículo de *Science* hacía notar que la teoría de catástrofes había sido el tema del primer artículo sobre matemáticas en *Newsweek* en siete años por lo menos, trataba a Zeeman de «publicista» y concluía: «Aunque es demasiado tarde para cortar en flor las pretensiones de la teoría de catástrofes, Keller y otros esperan que la manía de la teoría de catástrofes empezará a pasarse pronto». Sussmann y Zahler sugieren que la pretensión de universalidad de la teoría, sus formidables matemáticas y su «impresionante nombre» explican su éxito.

Todos los participantes en la controversia son dolorosamente conscientes de que los puntos más finos —incluido el significado de la palabra «catástrofe» en la teoría— tienden a perderse en las explicaciones no técnicas de la teoría. Inevitablemente, el nombre de la teoría ha hecho que la atención pública se fijase en las discontinuidades más espectaculares, tales como los hundimientos de la bolsa. Un artículo de primera página en el *New York Times* llevaba el título: LOS EXPERTOS DISCUTEN LA PREDICCIÓN DE DESASTRES. Jonathan Rosenhead, un sociólogo que atacaba el modelo de Zeeman de los disturbios carcelarios como un paso hacia «un mundo feliz», criticaba que «los catastrofistas dicen que simplemente están estudiando casos de conducta discontinua... [pero] el cambio discontinuo recibe el nombre de catástrofe y el *statu quo,* por definición se convierte en lo que hay que mantener».

De hecho, la elección de Thom del nombre de su teoría fue muy sutil y apropiada: se inspiraba en la «catástrofe ultravioleta» de la física clásica. Las teorías pre-cuánticas de la radiación predecían que las ondas electromagnéticas en un recinto cerrado cambiarían a frecuencias cada vez más altas sin límite, pasando por la luz visible hasta la ultravioleta y más allá. Esto hubiera producido, ciertamente, un estallido espectacular de algún tipo, pero nada ocurrió. El hecho de que no ocurriera fue un desafío para las teorías clásicas, y para explicar la catástrofe que no ocurrió Max Planck se vio obligado a postular la existencia de paquetes cuánticos discontinuos de energía en lugar del flujo suave que todo el mundo había dado por sentado. Los múltiples significados —una catástrofe teórica inexistente que había provocado un salto conceptual en física— debieron gustarle a Thom cuando se le ocurrieron, pero sus partidarios han llegado a lamentar la elección de ese nombre, aunque sólo sea por las malas interpretaciones a las que da lugar.

Es más fácil corregir una mala interpretación que algunas de las malas representaciones y las distorsiones que se han hecho sacando afirmaciones de contexto. En un artículo de 1975 sobre filosofía de la ciencia, Thom recordó a los lectores el sueño de Leibniz de un lenguaje verdaderamente racional, matemático, tan bien concebido que usarlo apropiadamente equivaliera a pensar sin error. Sugirió que su teoría podría ser un primer paso en esa dirección y especuló que si todos los conceptos pudiesen formularse matemáticamente, todos los que los usaran serían matemáticos. «En una visión así de la ciencia, sólo el matemático... tiene derecho a usar conceptos matemáticos; sólo él tiene derecho a ser inteligente.» Sussmann citó esta frase en su contexto; el artículo de *Science* la repitió sin contexto; y

una publicación de carácter general, en una breve nota basada en el artículo de *Science,* completó el trabajo: «... muchos estudiosos no matemáticos adoptaron la teoría a pesar de una modesta afirmación de su creador, René Thom, de que en el futuro "sólo los matemáticos tendrán derecho a ser inteligentes"».

Los críticos de la teoría de catástrofes dicen también que sus exponentes intimidan deliberadamente a los públicos no matemáticos con referencias a matemáticas «profundas», aunque eso podría parecer cuestión de opinión personal. Incluso entre los que son escépticos respecto a la aplicabilidad de la teoría hay muchos que creen que la obra técnica de Thom merece esos calificativos. Se ha increpado al propio Thom por utilizar vocabulario topológico en sus escritos dirigidos a lingüistas. Es difícil imaginar qué otros términos piensan los críticos que debería usar o a qué fin útil serviría el que abandonase el vocabulario de la obra de su vida. Como dijo Alfred North Whitehead, otro matemático-filósofo, después de una charla sobre relatividad: «Siento que me haya sido necesario administrar una dosis tan grande de geometría tetra-dimensional. Pero no pido disculpas, porque no es culpa mía, realmente, el que la naturaleza en su aspecto más fundamental sea tetra-dimensional.»

Existen objeciones más justificadas respecto al modo en que se presenta la teoría. La selección de Zeeman de los procesos para los que va a crear modelos, por ejemplo, es claramente tendenciosa: escoge los que exhiben bimodalidad, divergencia y transición repentina y les aplica el modelo de cúspide. Esto puede ser ingenioso pero no es sorprendente, ya que la mayoría de los modelos de Zeeman van dirigidos a lectores que no están familiarizados con la teoría de catástrofes. Quiere mostrar cómo funciona y empieza, naturalmente, con casos en los que ya tiene razones para creer que lo hace. Para ser justo habría que señalar que si Zeeman elige sus ejemplos, también lo hacen sus críticos: se han concentrado en los modelos más especulativos y han ignorado los más rigurosos en los que es más difícil encontrar defectos.

Probablemente ninguna de las críticas del modo en que se ha presentado la teoría es más acertada o mejor informada que la de John Guckenheimer. Thom y Zeeman, dice, «son verdaderamente reacios a ensuciarse las manos con los detalles científicos de las aplicaciones». Thom está interesado, por encima de todo, en extender la teoría hacia su objetivo original de crear un modelo de la estabilidad estructural de la vida y tiene poco contacto con los experimentadores, a quienes les gustaría contrastar sus ideas con una célula o un embrión. En ocasiones, su disgusto con las teorías establecidas ha llevado a Thom a un sarcasmo desplazado, como cuando llamó a la biología moderna «un enorme cementerio de hechos». Fue de los hechos, al fin y al cabo, de donde Waddington y otros sacaron las ideas que le estimularon a él.

Zeeman, aunque ha propuesto muchos modelos, está más preocupado por estimular a otros a que contrasten la teoría que por hacerlo él mismo. Puede ser necesario un laborioso ciclo de pruebas y modificaciones para que un solo modelo encaje en los hechos inflexibles. Como respuesta a las críticas a su modelo del impulso nervioso, Zeeman ha propuesto modificaciones que pueden mejorarlo pero, hasta el momento, no las ha publicado. A principios de 1976, cuando le preguntaron si estaba satisfecho con el progreso de la teoría de catástrofes aplicada, respondió: «En todo caso, todo está ocurriendo demasiado deprisa. Estoy interesado en más cosas de las que puedo seguir.» Quizá el tiempo demuestre que tiene razón al creer que, como matemático, puede hacer más por la teoría haciéndola accesible a los científicos de lo que podría, aplicándola, él mismo. Mientras tanto, la crítica de Guckenheimer está justificada.

En la correspondencia que siguió al artículo de *Science,* la controversia empezó a volverse sobre sí misma: la cuestión pasó a ser la «manía» de la teoría y la reacción contra ella, en vez de sus méritos. El biólogo Robert Rosen aconsejó moderación:

> Aunque hay que reconocer que se han hecho en la literatura muchas afirmaciones inmoderadas del tipo de «la teoría de catástrofes puede hacerlo todo», basadas en una experiencia muy reducida, no parece que la respuesta adecuada sea una afirmación igualmente inmoderada de que «la teoría de catástrofes no puede hacer nada» basada en la misma experiencia.

Mark Lewis, un psicólogo que está desarrollando técnicas estadísticas para desarrollar superficies de catástrofe que encajen en los datos experimentales, escribió: «Los críticos de Newton acabaron por hacerle decir que la ciencia era una serie de litigios. Ahora los admiradores de Thom nos le presentan como un nuevo Newton y sus detractores nos ofrecen nuevos litigos. No aceptemos ninguna de las dos cosas.»

Sussmann replicó: «¿Creen en el postulado general de que, dado cualquier desacuerdo, la verdad tiene que estar en el medio? Tal afirmación es claramente falaz. Si usted cree en el nazismo y yo en la democracia, ¿cuántos argüirán que la verdad debe estar a medio camino entre nosotros dos?»

La elección de su ejemplo plantea otra cuestión: ¿es la teoría de catástrofes una ideología amenazadora? Está claro que no, a menos que uno acepte las absurdas descripciones de Zeeman como un tirano carcelario o de Thom como un aspirante a la inteligencia exclusiva. Pero en un plano más profundo, la teoría puede ser amenazadora a causa de la proliferación de sus modelos. Uno de los críticos, el matemático Mark Kac, escribió un curioso artículo sobre el papel de los modelos matemáticos en la ciencia hace cerca de diez años. En él decía que

> el papel principal de los modelos no es tanto explicar y predecir —aunque en último término, esas son las principales funciones de la ciencia— como polarizar el pensamiento y plantear cuestiones precisas. Por encima de todo, es divertido inventarlos y jugar con ellos y tienen una vida propia peculiar. La «supervivencia del más apto» es aplicable a los modelos incluso en mayor medida que a las criaturas. No debe permitírseles, sin embargo, multiplicarse indiscriminadamente.

Y así volvemos al principio, a la evolución. Ciertamente, los modelos de la teoría de catástrofes han polarizado el pensamiento y planteado cuestiones precisas, aunque tal vez no del modo que Kac tenía en mente. Y algunas personas, al menos, han encontrado que esos modelos tenían una vida propia. Pero la supervivencia del más apto *significa,* de hecho, multiplicación indiscriminada; después de todo, es la competencia entre modelos, para sobrevivir y para reproducirse —para encontrar alojamiento en la ciencia y dar vida a nuevos y mejores modelos— lo que lleva a la selección natural. Kac parece sugerir que es necesaria cierta forma de selección artificial, pero ¿basándonos en qué? ¿En que los modelos malos son perjudiciales, o en que no puede confiarse en que los modelos buenos desplacen a los malos mientras los científicos aprenden qué es útil y qué no lo es? Uno no puede hacer más que preguntarse qué querrán decir Sussmann y Zahler cuando escriben: «Es la teoría de Zeeman la que representa el peligro más inmediato» o a quién están protegiendo cuando escriben: «Tenemos la sensación de que los muchos investigadores que se sienten ahora atraídos por la teoría de catástrofes no van a ganar nada más que tiempo perdido.»

Nuestra propia postura es la que sugiere Robert Rosen: «Si un determinado científico encuentra antipáticos esos conceptos, que no los use. No hay razón para que considere su existencia como una ofensa personal.» Parece probable que la teoría de catástrofes sobreviva la presente controversia, al menos si sus críticos más vehementes conceden que la ciencia como empresa puede sobrevivir a la teoría de catástrofes. A la larga, el impacto de la teoría no dependerá de los argumentos en favor o en contra suya sino en lo útil que resulte.

NOTA SOBRE LAS APLICACIONES

Los capítulos que siguen presentan aplicaciones de la teoría de catástrofes en muchos campos, en la forma de modelos basados en las catástrofes elementales (normalmente la cúspide y la mariposa). Las aplicaciones van desde las ciencias naturales hasta la política, desde las «sólidas» hasta las francamente especulativas. Algunas son de Zeeman, unas pocas son debidas a otros y la mayoría son originales. Las críticas que se les han hecho a algunas de ellas se expondrán cuando sea adecuado y se señalarán sus posibles ventajas.

En algunos casos el ejemplo puede parecer obvio o trivial. El lector debe tener en cuenta que no son, de ningún modo, representativas de toda la extensión de la teoría de catástrofes; sólo aprovechan las propiedades de las catástrofes elementales que pueden quedar claras en una introducción no técnica como este libro, y su papel es estimular el pensamiento del lector, no hacer aportaciones originales ni a la teoría de catástrofes ni a la ciencia misma.

Estos modelos son *descripciones* —descripciones que frecuentemente ayudan a comprender mejor el sentido de los procesos que describen— más que explicaciones. Si sugieren predicciones cualitativas, mejor que mejor; pero no se pretende que sean juzgadas como guías a nuevos descubrimientos sino como ejemplos de un modo de «convertir viejos hechos en nuevo conocimiento». Son burdos esbozos de un arte de modelos.

CAPÍTULO 5

Aplicaciones en física, química y biología

Si quiere saber lo que ocurre cuando tira usted una piedra a un estanque, es infinitamente mejor hacer una prueba y filmarla que tratar de teorizar sobre ello; los mejores especialistas [en dinámica de fluidos] serían incapaces, desde luego, de decirle más sobre la cuestión.

RENÉ THOM

Al pensar en la ciencia, tradicionalmente, trazamos una línea entre dos grupos de disciplinas: las ciencias exactas, «duras», de los fenómenos naturales, y las ciencias inexactas, «blandas», de los fenómenos sociales y culturales. Para la mayoría de las personas, el primer grupo parece más seguro, más con los pies en la tierra, más realista, porque puede ofrecer leyes de la naturaleza, mientras que el segundo grupo no contiene más que generalizaciones. Incluso algunos sociólogos comparten tácitamente la creencia de que con el tiempo, con mejores datos y con mejores modelos matemáticos, sus relativamente nuevas disciplinas llegarán a ser también como las ciencias naturales: exactas y predictivas.

Pero cualquier científico naturalista que sea honesto admitirá, sin embargo, que el poder, simplicidad y elegancia de las leyes de la naturaleza derivan de su *falta* de realismo, de su no tener los pies en la tierra. Galileo y Newton, por ejemplo, fueron capaces de analizar el movimiento tan eficazmente porque postularon que el tipo «normal» de movimiento era en línea recta, inmutable y eterno (a menos que se le perturbase), algo que no se ha observado nunca ni nunca se observará. Este tipo de idealización fructífera está en el núcleo de la ciencia matemática. Como señaló C. P. A. Pantin en 1968, «la física y la química han sido capaces de convertirse en exactas y maduras precisamente porque se ha excluido de su estudio tanta de la riqueza de los fenómenos naturales».

Así, las ciencias naturales que están más desarrolladas matemáticamente son aquéllas en las que la idealización ha ido más lejos. En la física cuántica, por ejemplo, la fórmula llamada «ecuación de Schrödinger» expresa todo lo que hay que saber sobre los estados energéticos (y por tanto de la conducta) de un átomo. Entonces, ¿por qué, como dice Thom implícitamente, no entendemos prácticamente nada de las intrincadas formas que se crean cuando una piedra salpica en un estanque? Porque la ecuación de Schrödinger da respuestas explícitas sólo para los átomos más simples. En principio podríamos usar un vasto conjunto de esas ecuaciones para describir la reacción entre los átomos de hidrógeno y oxígeno, que produce agua, las propiedades físicas del agua, incluso el salpicón. En la práctica, sin embargo, esa descripción no nos diría nada útil, puesto que no podemos *resolver* el conjunto de ecuaciones. Waddington dijo una vez irónicamente que desde el punto de vista de un biólogo —o incluso de un bioquímico— las ecuaciones son «una pizca inescrutables... si contienen efectivamente todo lo necesario para entender las moléculas de proteínas, nadie puede sacarlo de ellas».

En ningún sitio es más sorprendente el abismo entre la teoría matemática y el más común de los fenómenos que en el área de especial interés de Thom: la morfogénesis, el origen de la forma en la vida y en la naturaleza inorgánica. Fue para tratar de colmar ese abismo, sobre todo, para lo que Thom creó la teoría de catástrofes. Y aunque el interés más intenso en la teoría de catástrofes se ha centrado en sus posibles aplicaciones a las ciencias sociales, la teoría ha aportado ya sólidas contribuciones a las ciencias físicas. En ellas puede ser tan rigurosa como las teorías más tradicionales, porque el potencial rector y los factores de control pueden ser claramente definidos. En la óptica, por ejemplo, las curvas de las superficies de las catástrofes elementales pueden incluso verse y fotografiarse. Con otro nombre, el de cáusticas, se han conocido y estudiado durante siglos.

CÁUSTICAS Y CATÁSTROFES

Imaginemos un grupo de rayos de luz, todos desplazándose en línea recta. Los rayos tienen un punto fuente de luz y encuentran algo que los refleja o refracta (dobla) —un espejo, una lente, una gota de agua, una capa de aire más caliente o más frío. En el caso ideal (es decir, el más manejable matemáticamente) todos los rayos son re-dirigidos a otro punto, el punto focal. El resultado es una imagen nítida y, por tanto, este caso ideal fundamenta toda la óptica práctica: la concepción de cámaras, telescopios, microscopios, etc.

En la naturaleza, sin embargo, el caso ideal no se da casi nunca. En lugar de hacer que los rayos de luz converjan en un punto, es mucho más probable que la reflexión o refracción los dirijan de tal modo que converjan (si es que lo hacen) en una línea, o se desplieguen en forma de abanico sobre una superficie o formen algo tan bello y complejo como un arco iris. Un antiguo observador de esas complejas figuras notó que la luz se concentraba con frecuencia a lo largo de líneas brillantes que llamó cáusticas por su ardiente intensidad. El punto focal es un caso especial de una cáustica; es una sección transversal de un «sobre» cónico de rayos, de tal modo que si se acerca o se aleja una pantalla de proyección de la lente que proyecta un punto de luz en ella, el punto se ensancha hasta convertirse en un disco. El clasificar y explicar las formas mucho más complejas de todas las cáusticas y los sobres posibles *no* ideales

ha puesto a prueba las habilidades de algunos de los más grandes científicos y matemáticos, entre ellos Gaston Darboux, cuyo trabajo sobre óptica geométrica influyó en Thom.

Como Thom advirtió muy pronto, las cáusticas son el objeto natural de la teoría de catástrofes. El curso de los rayos de luz se rige por un potencial (los rayos siguen siempre el camino más corto entre dos puntos). Las regiones brillantes u oscuras de una cáustica proyectada en una pantalla están determinadas por los valores máximos y mínimos de las fórmulas de la óptica. Y la intensidad de la luz predicha por la teoría óptica alcanza un máximo siguiendo una cierta línea y cae de forma discontinua a cero más allá de dicha línea. En efecto, pues, una cáustica es una disposición espacial de máximos y mínimos para un sistema gobernado por un potencial y eso es precisamente lo que son los gráficos de catástrofes.

En los experimentos de laboratorio con cáusticas, el físico Michael V. Berry de la Universidad de Bristol ha mostrado que la teoría de catástrofes caracteriza y predice con precisión las figuras que aparecen en muchas cáusticas naturales y artificiales, y que puede aumentar nuestra comprensión de fenómenos tan diversos como el parpadeo de la luz de las estrellas y la dispersión de rayos de partículas por las superficies de los cristales. Junto con J. F. Nye, Berry investigó las uniones de cáusticas que se formaban cuando varias líneas brillantes de luz se reunían, como hacen en muchos puntos formando una rizada red de brillo en el fondo de una piscina. Es una observación poco atenta, muchas de las uniones parecen ser encuentros triples, una observación que no parece haber sorprendido a nadie anteriormente, ya que, como señalan Berry y Nye, las uniones triples son muy corrientes en la naturaleza, «en las grietas de barro, en las espumas y en las manchas de las jirafas», por ejemplo. Pero desde la perspectiva de la teoría de catástrofes, las uniones triples en este caso *son* sorprendentes —en realidad son imposibles, puesto que ninguna sección transversal de las superficies de catástrofes aplicables produce dibujos lineales así. De forma que Berry y Nye instalaron un aparato que produjese y fotografiase uniones cáusticas en el laboratorio. A través de un microscopio observaron una fina estructura anteriormente insospechada en las uniones: lo que parecían ser uniones triples eran, en realidad, triángulos curvos con exactamente la topología que era de esperar en términos de la teoría de catástrofes.

La Figura 15a es una fotografía de una cáustica producida por un rayo láser al pasar a través de un cristal rizado del tipo que se pone a menudo en las ventanas de los cuartos de baño. Sus cuatro esquinas cuspídeas, parcialmente encerradas por curvas, son cuatro secciones de superficie de catástrofe umbílica hiperbólica. La catástrofe propiamente dicha es la discontinuidad de brillo en los bordes de la cáustica. Podría parecer el «salto» de la aguja en un fotómetro cuando el sensor cruza el borde. La Figura 15b muestra un dibujo de ordenador de una sección comparable de una superficie de catástrofe canónica. Las cáusticas de otras hojas de vidrio rizado serían todas del mismo tipo topológico, porque las esquinas cuspídeas y las curvas son estructuralmente estables aunque sus rasgos cuantitativos difieran. En un caso especial, cuando los rizos refractantes del cristal son casi simétricos, la cáustica se convierte casi en una forma cuadrada, como en la Figura 15c o en el dibujo de ordenador de la Figura 15d.

Los casos especiales como éste no son genéricos —es decir, cualquier perturbación de la simetría les hace cambiar de tipo topológico— y, por tanto, aunque juegan un papel importante en la óptica geométrica tradicional, no son estructuralmente estables y son relativamente raros en la naturaleza.

Así pues, el esquema aparentemente abstracto de la teoría de catástrofes es, de hecho, más realista en la descripción y predicción de las cáusticas que ocurren en la naturaleza que la óptica geométrica tradicional. «Obtenemos dos conclusiones de este estudio», escribieron Berry y Nye a propósito de su trabajo sobre conexiones cáusticas,

> En primer lugar, las figuras lineales de la naturaleza no son todas del mismo tipo; las conexiones triples genéricas en las grietas del barro no pueden darse en las cáusticas. Segundo, la óptica geométrica... de aparatos simétricos ta-

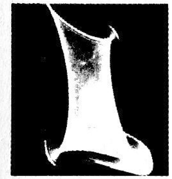


Figura 15a.

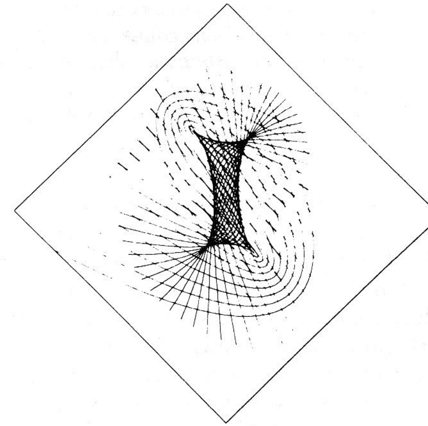


Figura 15b.

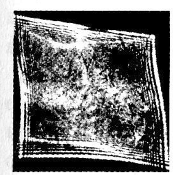


Figura 15c.

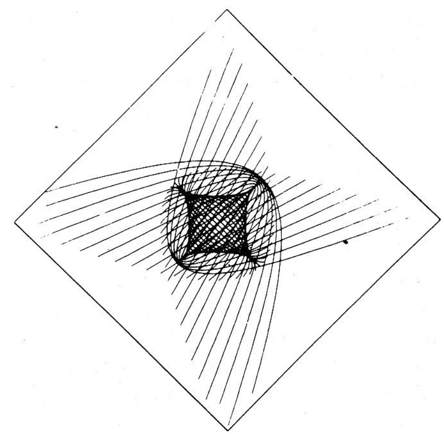


Figura 15d.

Fotografías de cáusticas y las proyecciones correspondientes de una superficie de catástrofe. Fotos por cortesía de M. V. Berry.

les como telescopios, donde las desviaciones del punto focal ideal se tratan como «aberraciones», es muy diferente de la óptica geométrica de la naturaleza, donde las formas genéricas de las superficies cáusticas están regidas por la matemática de la teoría de catástrofes.

La catástrofe en ingeniería

El comportamiento del cliqueador de metal que se describió en el capítulo 3 es un caso muy sencillo de combadura mecánica: un cambio repentino en la forma de una estructura más o menos elástica cuando la tensión en ella alcanza un valor crítico. Cuando ocurre esa combadura en un puente o en un edificio, las consecuencias pueden ser desastrosas, de modo que el análisis matemático de la combadura tiene una importancia práctica obvia. Normalmente, el ingeniero en funciones sólo quiere saber si un componente estructural es suficientemente fuerte como para soportar cualquier tensión probable y eso puede determinarse por simple prueba y error. Pero el método de prueba y error es muy mal sistema para diseñar puentes, de modo que se han hecho muchos experimentos con vigas, vigas maestras y paneles cuidadosamente fabricados para determinar cuándo y cómo se comban bajo tensión. Estos experimentos forman parte de la ingeniería teórica, que trata de deducir leyes generales sobre cómo depende la conducta mecánica de variaciones en el diseño y la tensión.

Para una forma simple, tal como una lámina de acero o una vara de refuerzo, es posible que sólo haya una forma de combadura. Pero formas más complejas —por ejemplo una viga en forma de doble T o un panel rectangular reforzado con tirantes transversales— pueden tener lo que los ingenieros teóricos llaman «modos de múltiple fallo». J. M. T. Thompson y G. W. Hunt ingenieros en el University College de Londres, aplicaron la teoría de la bifurcación al estudio de este tipo de problema en su libro de 1973, *A General Theory of Elastic Stability.* Thompson y Hunt trataban todo tipo posible de combadura como una de las soluciones de una ecuación de tensión cuyo gráfico

se ramificase en dos o más curvas distintas. Posteriormente llegó a conocimiento suyo la teoría de catástrofes y en un artículo en *Nature* en 1975, escribieron: «Las dos teorías se han desarrollado de forma totalmente independiente, pero son notablemente parecidas en forma y contenido. La fecundación cruzada entre ambos esquemas promete ser muy provechosa.»

En un experimento descrito por Thompson y Hunt, su colega J. Roorda contrastó la resistencia (a la combadura) de un modelo sencillo de arco sometido a cargas en diversos puntos de su superficie superior. Sus resultados (Figura 16a) muestran que la resistencia cae abruptamente cuando la carga se aplica incluso a una distancia muy pequeña del centro del arco: un desplazamiento de sólo un 1 por 100 de la longitud total del arco ocasiona una reducción de la resistencia en un 10 por 100. Puede esperarse la misma sensibilidad de un arco que esté cargado en el centro pero que tenga algún grado de asimetría, debido a imperfecciones inevitables del proceso de fabricación. La curva de abrupto pico que se muestra en la figura 16a se conoce como cúspide; puede derivarse de la superficie de la catástrofe en cúspide proyectando las líneas de plegamiento en esa superficie (los «labios» del doblez) sobre un plano horizontal. Como hemos visto, cada uno de esos puntos es el borde de un salto catastrófico en el sistema, del mismo modo que lo es cada uno de los puntos determinados experimentalmente en este gráfico. Por medio del cálculo, uno podría determinar la pendiente de esta línea en todos sus puntos *excepto* en el de singularidad, «el pico» en el cual cambia repentinamente de dirección. Es este tipo de situación matemática la que tan a menudo bloquea la mecánica de Newton y para la que se han desarrollado la teoría de la bifurcación y la teoría de catástrofes.

La figura 16b revela que las catástrofes de dimensionalidad más elevada también pueden darse en una combadura elástica más compleja. Muestra un gráfico tridimensional de la resistencia de un panel que ha perdido elasticidad debido a dos imperfecciones diferentes de fabricación. Hunt trazó el gráfico en términos de la teoría de la bifurcación, sin embargo, posteriormente escribió con Thompson, «ha

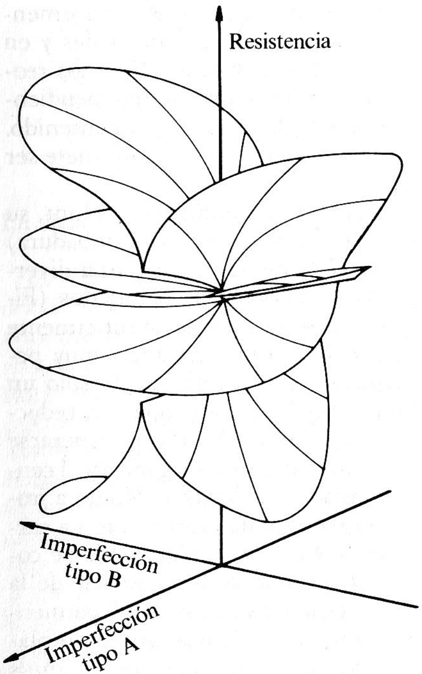


Figura 16a. Carga máxima contra posición de la carga aplicada*

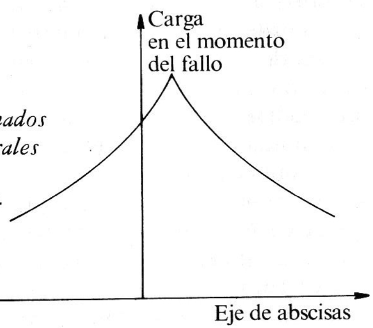


Figura 16b. Efectos combinados de imperfecciones estructurales sobre la resistencia de una lámina de acero.*

* Adaptado de Thompson, J. M. T., «Experimentos in Catastrophe», *Nature,* 254, 1975.
* Adaptado de Thompson, J. M. T., «Experiments in Catastrophe», *Nature,* 254, 1975.

sido identificado por David Chillingworth de Southampton University como una catástrofe umbílica hiperbólica y parece ser el primer ejemplo práctico conocido de esta forma predicha». Sus curvas reflejan la probabilidad de varios tipos divergentes de combadura.

Thompson y Hunt hacen notar que muchos ingenieros diseñadores estan usando actualmente una técnica llamada «diseño de modo simultáneo», en la que la estructura óptima (el componente más ligero o más eficiente para realizar una tarea) es el que teóricamente fallaría en todos los modos al mismo tiempo. En otras palabras, no tiene exceso de resistencia en ninguna dirección; más bien, como la proverbial «calesa de un solo caballo», cuando cede, cede por completo. Este es un diseño correcto, económico, pero, como advierten Thompson y Hunt, también produce estructuras que son enormemente sensibles a la imperfección. No es suficiente conocer la tensión crítica, es decir, el punto de ruptura de un diseño complejo; uno debe saber también tanto como sea posible sobre la geometría cualitativa de sus modos de fallo, porque lo que ocurra más allá del nivel crítico de tensión puede ser muy diferente de un caso a otro, dependiendo precisamente de qué curso tome la combadura. Y la teoría de catástrofes, unida a la teoría de la bifurcación, puede ser muy útil a la hora de indicar cómo aparecen nuevos modos de fracaso. El ingeniero teórico puede utilizar las matemáticas de esas dos teorías para «guiarse» en regiones en las que es probable que la conducta sea discontinua y no suave, en lugar de limitarse a tener la esperanza de que todos los modos de fallo hayan sido descubiertos en contrastaciones con una docena, con cien o con mil muestras. Las matemáticas pueden ser menos conocidas que el análisis idealizado de la combadura que nos viene de Euler, pero lo cierto es que los ingenieros tienen que operar con estructuras reales que no son ni idealmente simétricas ni idealmente uniformes en resistencia y es ciertamente preferible adoptar unas matemáticas que descubrir, un nuevo modo de fallo, no ideal, en un edificio terminado.

Una de las generalizaciones de mayor éxito en la física moderna fue avanzada por el científico irlandés del siglo XVII Robert Boyle, que propuso basándose en experimentos, que la presión y el volumen de una muestra de gas a una temperatura constante son inversamente proporcionales, es decir, que el doble de presión produce una compresión a mitad de volumen, etc. La Ley de Boyle se extendió pronto para incluir también la temperatura cambiante; una mayor temperatura produce un aumento de volumen, de la presión de ambos, y un descenso de la temperatura produce una disminución. La Figura 17a muestra un gráfico tridimensional de las tres cantidades. Las isotermas (las líneas continuas) trazan los cambios en la presión y el volumen con varias temperaturas fijas; las isobaras (líneas discontinuas) trazan el volumen y la temperatura a presiones fijas; y las isométricas (líneas de puntos) muestran la presión y la temperatura para tres volúmenes fijos.

Desgraciadamente, los científicos se dieron cuenta posteriormente de que la ley de Boyle sólo es cierta como idealización y que sus experimentos nunca producirían las mismas líneas suaves. La Figura 17a ilustra la conducta de un gas *ideal* y ningún gas real —y no digamos las mezclas de gases en nuestros pulmones en los motores de los coches o en una nube de tormenta— se comporta exactamente de ese modo. Peor aún, las presiones suficientemente elevadas y las temperaturas suficientemente bajas pueden producir una transición de fase, convirtiendo cualquier gas en líquido o sólido. En los puntos de transición, las isotermas, las isobaras y las isométricas no tienen en absoluto buena conducta, y por tanto, la ley de Boyle ha dado lugar a ecuaciones de complejidad creciente. Un científico que esté operando con una determinada sustancia tiene que «enchufar» experimentalmente determinados factores de corrección para hacer que esas ecuaciones encajen. La Figura 17b, por ejemplo, muestra las fases del agua observadas en los experimentos de alta presión: hay siete tipos diferentes de hielo, cada uno con su propia estructura molecular y sus propiedades, algunos se encuentran aislados y otros coexis-

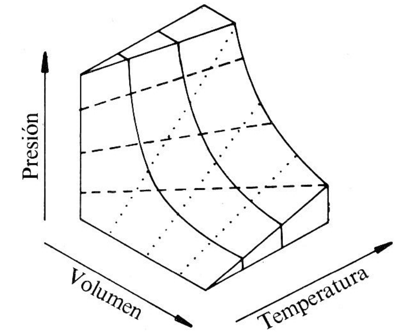


Figura 17a. Gráfico tri-dimensional de la coducta de un «gas ideal».

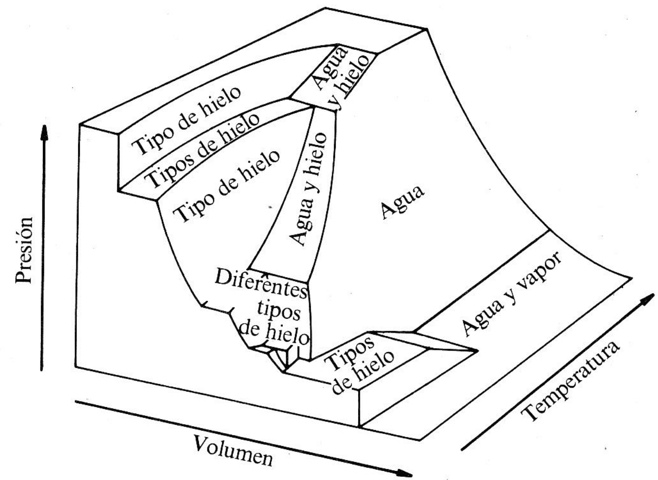


Figura 17b. Gráfico tri-dimensional de la conducta de una sustancia real: agua.*

* Modificado y vuelto a dibujar por Walter J. Moore, *Physical Chemisky,* 3ª edición, Prentice-Hall, 1962.

ten con líquido o vapor. Naturalmente, es posible desarrollar una ecuación que encaje más o menos exactamente en esta superficie, pero una ecuación tan larga y tan inmanejable no sirve de gran cosa al climatólogo que estudia la formación de los icebergs (agua más sal más oxígeno disuelto) o al biólogo que quiere saber cómo sobreviven los microbios a la congelación (agua más docenas de otras sustancias).

En la última conferencia de Bellaggio, David Fowler de Warwick mostró cómo podían conectarse las matemáticas de Thom a las ecuaciones que los científicos usan a menudo cuando estudian transiciones de fase. El modelo de ebullición y la condensación en el Capítulo 3 (Figura 9) es un ejemplo muy simplificado de esa aplicación. Su simplicidad le hace ser inexacto en muchos aspectos, pero no necesariamente menos útil por esa razón: como dice Zeeman a propósito de la ley de Boyle, incluso una generalización que es patentemente falsa en muchos casos puede ser valiosa si contiene una visión de fenómenos variados y si proporciona un «punto intelectual de reposo» a partir del cual podamos proceder a modificaciones posteriores.

L. S. Schulman, un físico que trabaja en el Technion en Israel y en Indiana University, ha utilizado la teoría de catástrofes para describir transiciones en propiedades magnéticas y de otros tipos causadas por cambios de temperatura. Cree que la teoría puede ser integrada con las teorías existentes sobre la transición de fase de muchos materiales, y que, aunque sacrifica la capacidad predictiva, ofrece ventajas compensadoras al clasificar diferentes tipos de transiciones y su estabilidad. «Podría decirse», advierte, «que el problema real de las transiciones de fase es cualitativo, es decir, que consiste en explicar la semejanza mutua de las transiciones de fase a pesar de la diversidad de los sistemas en los que aparecen». Desde este punto de vista, la teoría puede servir como guía por los rebordes y barrancos de una superficie compleja como la de la Figura 17b, revelando no sus dimensiones, sino su topología.

Un enfoque más cualitativo ha sido adoptado por el químico John J. Kozak y por el matemático Craig J. Benham en la Universidad de Notre Dame. Ellos han usado la teoría de catástrofes para realizar un modelo del fenómeno bioquímico llamado «desnaturalización» en el cual las moléculas de proteínas cambian de una a otra forma a causa de un cambio de temperatura, acidez u otro factor de control. (Unos pocos minutos de ebullición dan lugar a un huevo duro porque el calor desnaturaliza la proteína albúmina, permitiendo a sus moléculas formar nuevas conexiones. Un control más sutil, todavía no bien comprendido, hace que las moléculas de hemoglobina en los glóbulos rojos de la sangre se agarren a las moléculas de oxígeno que hay en los pulmones, y luego las suelten en otras células dentro del cuerpo.)

Operando con datos experimentales en varias proteínas diferentes, Kozak y Benham construyeron potenciales «modelo», para la desnaturalización, ecuaciones que, aunque no producen necesariamente las mismas curvas que los potenciales reales (y desconocidos) que gobiernan el proceso, tenían valores mínimos para los niveles adecuados de los factores de control. Usando un enfoque estadístico que refleja la incertidumbre de la desnaturalización de cualquier molécula dada entre billones en una muestra, consiguieron hacer predicciones cuantitativas que concordaron bien con las observaciones. En un caso hicieron notar un signo de posible histéresis en la transición de una forma molecular a otra: una proteína encontrada en la bacteria *staphylococcus* requiere unas condiciones ligeramente menos ácidas para la desnaturalización que para la transición inversa. La teoría de catástrofes, concluyeron, puede hacer posible dibujar «diagramas de fase», análogos a la Figura 17b para transiciones bioquímicas y determinar teóricamente relaciones imposibles de medir directamente, por ejemplo en una célula viva, donde sería imposible variar la temperatura sin perturbar enteramente el proceso.

El trabajo de Kozak y de Benham provocó fuertes críticas de Sussmann y Zahler en su artículo en *Nature,* a finales de 1977. Los críticos sostenían que Kozak y Benham estaban confundiendo un cambio repentino pero continuo en su forma con una discontinuidad matemática; que había una serie de superficies de conducta diferentes (incluida una que sugerían ellos) que encajaban igual de bien en los datos; y que es absurdo creer que uno puede deducir la conducta de un sistema en todas las circunstancias a partir de unas pocas mediciones hechas en laboratorio.

Respecto a la primera objeción, el enfoque estadístico de Kozak y Benham reconoce explícitamente que un cambio de forma incluso de una molécula, cuanto más billones de ellas, no puede ser absolutamente discontinuo. La cuestión, sin embargo, es que la desnaturalización es un suceso cualitativamente preciso y bien definido en un proceso que, por lo demás, es suave. John Guckenheimer, que se unió a Zeeman, Berry, Brian Goodwin y a otros en las réplicas a lo que llamó un ataque «bajo, de espíritu mezquino», de los críticos, señaló que la conexión de la discontinuidad matemática y los «saltos» observados en los procesos naturales no se da sólo en teoría de catástrofes, sino que es «una aproximación común y útil en muchos modelos matemáticos».

La elección de la superficie de conducta de la catástrofe en cúspide para el modelo de Kozak y Benham, que Zussmann y Zahler pretenden encontrar misteriosa («Por tanto, tenemos que preguntar una vez más, ¿qué hay de especial en un modelo que tiene la apariencia de una cúspide?»), es una elección dictada por el hecho de que la catástrofe en cúspide es estructuralmente estable. La réplica de Zeeman es breve y precisa: «La simple respuesta a su pregunta es que la catástrofe en cúspide es estable, mientras que la figura [de Zahler y Sussmann] no lo es.» No hay razón matemática para creer que la superficie propuesta como alternativa permanecería cualitativamente estable si se la perturbase y, como la desnaturalización no muestra, de hecho, estabilidad cualitativa en una amplia gama de circunstancias, la preferencia por un modelo estable es simplemente lógica.

En cuanto a la tercera crítica —la imposibilidad de deducir una conducta global a partir de una conducta local— es difícil de entender en vista del enunciado de Kozak y Benham: «El modelo presentado es local en el sentido de que describe la conducta de un sistema [en] una gama de temperaturas, pH, [acidez] u otras variables controladas. En otras gamas pueden tener lugar otras transiciones diferentes. Una visión global de la conducta general de un sistema dado de desnaturalización proteínica exige relacionar cada modelo (local) de cada transición experimentada por el sistema.» En otras palabras, proponen extrapolar la conducta a partir de las transiciones observadas *sólo* en la medida en que lo permitan los datos experimentales, dejando espacio para un esquema nuevo o modificado si se observan nuevos tipos de desnaturalización. Zahler y Sussmann, por el contrario, parecen decir que puesto que pueden existir otros tipos de transición es incorrecto extrapolar en absoluto, una actitud que puede ser impecable desde un punto de vista lógico, pero que no tiene mucho que ver con la ciencia. Los críticos se burlan del modelo de Kozak-Benham por ser «demasiado bueno para ser cierto»; desde luego que lo es, como ocurre con toda ley general de la ciencia natural.

Biología

La teoría de catástrofes está aplicándose a la biología en muchos niveles, desde la bioquímica a la genética, a la embriología y a la teoría de la evolución. En cada nivel puede contribuir a salvar el abismo entre lo que sabemos (normalmente demasiado poco) de las detalladas operaciones microscópicas de la vida y de lo que vemos de su organización cualitativa general (normalmente mucho más de lo que puede expresarse matemáticamente, al menos por ahora). En su prefacio al libro de Thom, Waddington describía este abismo claramente:

> Cuando una categoría de procesos biológicos, tal como la evolución o el desarrollo, lleva a la formación de [un] cuerpo teórico específicamente biológico [en vez de a explicaciones física o químicas], lo hace porque exhibe dos características: implica entidades que tienen una cierta simplicidad global y un carácter definido (por ejemplo, una especie dada de animal o planta, un órgano tal como el corazón o el hígado, o un tipo de célula, tal como una célula muscular o nerviosa), pero si uno intenta analizar esas entidades en sus componentes básicos, tales como genes o

> moléculas, resultan ser de una complejidad inmanejable... Si no hubiera simplicidad, no habría nada sobre lo que formular una teoría; si la complejidad fuese manejable, las teorías fisicoquímicas serían suficientes... Thom ha tratado de mostrar, con detalle y precisión, que las regularidades globales con las que se enfrenta la biología pueden contemplarse como estructuras dentro de un espacio multidimensional.

Thom cree que, en determinadas circunstancias, las formas de las superficies de catástrofe pueden aparecer en formas biológicas, de la misma manera que aparecen en las cáusticas. Nos llama la atención respecto a similaridades sugerentes entre el desdoblamiento de la catástrofe umbílica hiperbólica, por ejemplo, y la formación del pie y la cabeza de una seta. La figura 18 muestra dos «desdoblamientos» visualmente similares: el de un embrión de erizo de mar y el de la catástrofe umbílica elíptica. ¿Existe una correspondencia fundamental entre esas formas o es la similaridad una pura coincidencia? La mayoría de los biólogos han dejado en suspenso el juicio porque llevará años de experimentación el desarrollar modelos detallados que pongan en relación las dimensiones de control de las catástrofes con las tres dimensiones de espacio y una de tiempo en las que tiene lugar la morfogénesis.

Lo que es más estimulante respecto a la perspectiva de dichos modelos es que son independientes de la escala de tiempo. Si pueden capturar efectivamente la estabilidad de cambios complejos de forma, pueden hacerlo con la misma facilidad para cambios que ocurren en unos cuantos segundos o minutos, dentro de una célula, para cambios que llevan unos cuantos días o meses en un embrión o para cambios que llevan millones de años en la evolución. Consideremos, como lo hace Thom, la maravillosa coadaptación de las flores y los insectos que se alimentan en ellas. Es inescapable que encajan juntos literalmente, en ocasiones, de forma tan precisa que una planta sólo puede ser polinizada por una sola especie de insecto entre miles. ¿Tenemos que esperar a conocer el código genético —y el mucho más desafiante y oscuro código del desarrollo— tanto de la planta como del insecto o podemos especular con

Thom que cualesquiera que sean los potenciales indicados, cualesquiera que sean las miríadas de factores de control, hay una «imagen» topológica del insecto en los genes de la flor y viceversa?

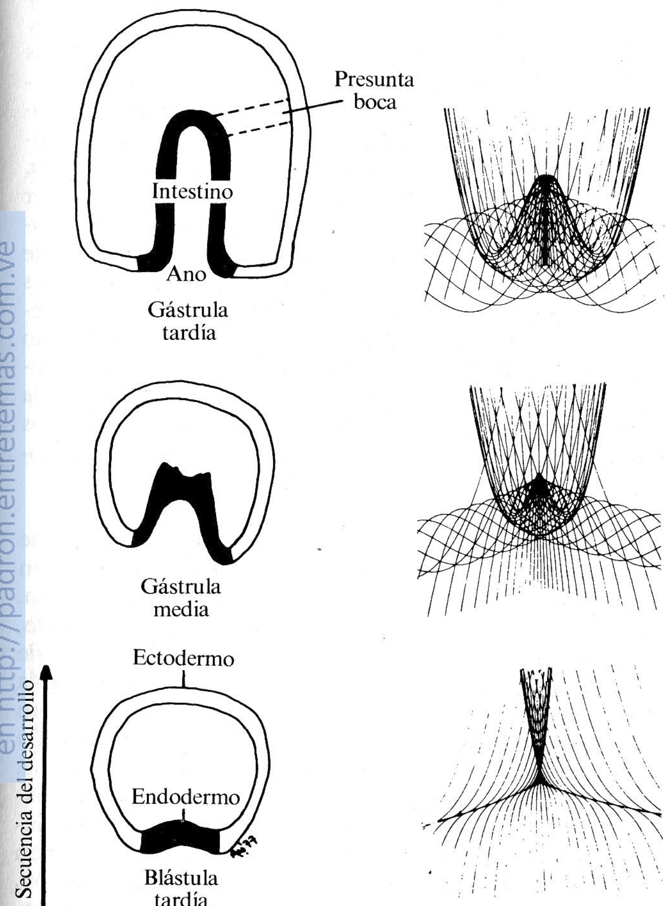


Figura 18. Dos «desdoblamientos»: un embrión de erizo y la catástrofe umbílica elíptica.

Un punto de vista pesimista sostiene que incluso la forma biológica más simple implica tantos factores diferentes que las catástrofes elementales (limitadas a cuatro factores de control) no pueden aplicarse de ningún modo. Pero una y otra vez los biólogos han encontrado que procesos muy complejos podían iniciarse o pararse con estímulos muy simples (como descubrieron Waddington y sus colegas cuando estudiaban las influencias químicas en la embriología). Todos los cambios que transforman una larva de insecto en su forma adulta dentro del capullo, por ejemplo, son desatados por la presencia de una sola hormona. Y, aunque el sistema nervioso de un animal o de un ser humano puede transmitir una variedad infinita de mensajes, la transmisión de cada impulso nervioso depende de que haya los niveles apropiados de unas pocas sustancias (especialmente sodio y potasio) dentro y fuera de cada célula nerviosa. Rasgos clave como ésos pueden servir como factores de control en modelos basados en la teoría de catástrofes, permitiendo la descripción —y quizá incluso la predicción— de cambios cualitativos demasiado complejos para que se les hagan modelos por los métodos tradicionales.

Como señala Thom, podemos ver mucho más de lo que podemos decir: una película de una piedra salpicando en un estanque, o incluso una fotografía inmóvil del salpicón, presenta una forma que no puede explicarse por completo, ni siquiera con las más poderosas técnicas matemáticas de la dinámica de fluidos. Tenemos una elegante teoría de la cristalización —de hecho, tenemos una serie de ellas— pero realmente no sabemos lo que da forma a la ramificación plumosa de los cristales de escarcha en una ventana fría. La teoría de catástrofes abre nuevos caminos de aproximación a fenómenos naturales como ésos. La teoría debe mucho a la sensibilidad visual de Thom y sus predecesores en el estudio de la morfogénesis y, con el correr del tiempo, es posible que pague esa deuda dándonos formas mejores de decir qué es lo que hemos estado viendo todo este tiempo.

CAPÍTULO 6

Aplicaciones en el estudio del comportamiento animal

> La topología de este modelo [para la biología] reflejará menos las relaciones [evolutivas] que la interacción funcional entre los especialistas, de modo que la distancia entre la abeja y la boca de dragón será menor que la distancia entre la abeja y la mariposa.
>
> RENE THOM

Si pudiéramos dibujar un mapa de las ciencias, la etología —el estudio de la conducta— ocuparía una región limítrofe de la biología por un lado y la psicología por otro. Ya en 1872, Darwin reflexionó sobre cómo podía influir la evolución en el comportamiento. (Su libro sobre el tema, *The Expression of the Emotions in Man and Animals,* todavía se lee con interés). Pero muchas de sus ideas estuvieron en barbecho hasta el siglo XX, en que los etólogos, como Niko Tinbergen y Konrad Lorenz, renovaron el tema con soberbios estudios prácticos sobre el comportamiento animal. Las obras de divulgación de Lorenz *(King Solomon's Ring, On Agression),* de Robert Ardrey *(African Genesis)* y de Desmond Morris *(El mono desnudo),* han atraído a un extenso público. En tiempos de Darwin era polémico afirmar que los seres humanos y los chimpancés tenían antepasados comunes; hoy, científicos y profanos dan por sentado que lo que aprendamos sobre agresión, territorialidad y estructura familiar entre los primates y otros animales puede enseñarnos mucho sobre nosotros mismos.

Se han desarrollado muchos tipos de teorías sobre comportamiento animal. Uno es esencialmente paralelo a las teorías de psicología humana: o la de Freud, que explica la conducta en términos de impulsos e instintos innatos, o la psicología conductista de Pavlov, Watson y Skinner, que trata el comportamiento como un complejo de pautas de estímulo-respuesta. Ambas teorías tienen una larga e influyente tradición, pero ambas son consideradas por muchos etólogos como inflexibles y restrictivas: la primera por intentar responder a muchas preguntas en términos de lo que no puede verse; la segunda por intentar responder a las mismas preguntas como si los animales y las personas fuesen las «cajas negras» de un circuito eléctrico, artefactos cuyas formas de entrada y salida fuesen su único rasgo significativo.

Otro enfoque general para la comprensión del comportamiento es el de la fisiología y la neurofisiología tradicionales que buscan los orígenes del comportamiento en estados metabólicos y en respuestas orgánicas a señales químicas y neurales. Este enfoque ha llevado a la identificación del «centro del sueño», del «centro del placer» y otros semejantes en el cerebro: aislamiento de hormonas y neurotransmisores con efectos de largo alcance; y a montones de modelos detallados de ciclos bioquímicos y redes neurales que fundamentan aspectos específicos de la conducta. Los éxitos de este enfoque son numerosos, pero hasta el momento sólo da una visión completa y coherente del comportamiento de los organismos más simples.

Un tercer enfoque, conocido ahora como sociobiología, es el descendiente más o menos directo del pensamiento de Darwin. Da por sentado, en palabras de Konrad Lorenz, que «las pautas de conducta son caracteres de la especie de una manera tan conservadora y fiable como las formas de los huesos, los dientes y otras estructuras corporales.» Las cuestiones centrales de la sociobiología son evolucionistas: ¿cómo afectó a la conducta de nuestros antepasados homínidos la transición de la vida en los árboles a la vida en las exuberantes llanuras africanas? ¿Cómo puede la conducta sacrificada y altruista conferir una ventaja selectiva a una especie aunque signifique la muerte para algunos individuos cuyos genes se perderán, por consiguiente? En sociobiología, el «¿por qué?» de la conducta se convierte en el «¿cómo evolucionó el comportamiento por medio de la adaptación?».

Cada uno de esos enfoques generales tiene sus aspectos predictivos y cuantitativos. Las teorías de estímulo-respuesta han producido «curvas de aprendizaje» que muestran cómo la actuación de los animales en una variedad de pruebas mejora con la repetición de los ensayos. Las teorías fisiológicas llevan a experimentos en los que cambios quirúrgicos o químicos se contrastan para ver los efectos mensurables en la conducta. Los sociobiólogos han demostrado con las matemáticas de la herencia que, en muchos casos, un animal que se sacrifica para proteger a los de su familia «sobrevive» a través de los genes que comparte con ellos. Pero la variedad y complejidad del comportamiento animal son tan grandes que todavía se nos escapa una *descripción* adecuada de muchos fenómenos. Aquí es donde la teoría de catástrofes puede sernos útil, porque enriquece nuestro vocabulario conceptual de causa y efecto y nos permite organizar la información de un modo cualitativamente preciso, multidimensional. La teoría de catástrofes no puede proporcionarnos hechos nuevos sobre la conducta, pero puede ayudarnos a visualizar la interacción entre dos o más factores que den forma al comportamiento.

En este capítulo se presentarán modelos de conducta territorial, de agresión y de formación de grupos usando el gráfico de la catástrofe en cúspide parar ilustrar las pautas observadas de conducta y sus cambios de un modo a otro.

Territorialidad y lucha pendular

La conducta territorial da forma a la distribución geográfica de las diferentes especies y de los individuos de una especie. Una de las reglas más amplias de la ecología y de la biología de poblaciones, el principio de Gause, afirma que dos especies no pueden coexistir durante mucho tiempo en una región dada si tienen las mismas exigencias respecto al medio. Un «territorio» puede estar delimitado de formas muy sutiles: estudios de campo han mostrado cinco especies de mosquitos, por ejemplo, que buscaban alimento y pareja a diferentes alturas sobre el suelo de la selva tropical lluviosa. Dentro de una sola especie, la conducta territorial defiende a un animal contra otros que intenten invadir una fuente valiosa de recursos, tal como un terreno de caza o un lugar donde anidar. Robert Ardrey, en *The territorial Imperative,* sugiere que las pautas heredadas de comportamiento territorial subyacen bajo el patriotismo y la guerra humanas.

Las formas de la territorialidad parecen depender tanto del recurso por el que compiten dos animales como del coste de defenderlo, en términos de la energía necesaria para disuadir o expulsar a los competidores. Con frecuencia es raro que tenga lugar una auténtica lucha porque los límites territoriales están marcados por un comportamiento de ostentación. Muchos pájaros cantores, por ejemplo, delimitan su territorio repitiendo ciertas series de notas en los árboles de las fronteras de su césped. Un ejemplo interesante es el del comportamiento territorial que despliega el urogallo. Estas aves pasan la mayor parte del año en grupos sociales poco definidos, frecuentemente con predominio de un sexo. Al acercarse la estación del apareamiento, los urogallos machos comienzan su despliegue —pavoneo estilizado y erizamiento de plumas. Esto establece un área de dominio, un «lek», al que vienen las hembras para aparearse. Posteriormente, las hembras construyen los nidos y crían a los polluelos generalmente a cierta distancia del «lek». En este caso, la competencia por otras necesidades, tales como el alimento, se subordina a la competencia por zonas selectas para la reproducción. Lo mismo ocurre con el cormorán de Brandt, un ave marina que habita los acantilados y se alimenta en altar mar. No parece que tenga territorios bien definidos para pescar y no hay competencia entre los cormoranes de Brandt cuando buscan bancos de peces. Pero los emplazamientos para nidos en los acantilados de la costa son a menudo escasos y la competencia para conseguirlos es intensa.

La Figura 19 muestra la conducta territorial como una superficie de catástrofe en cúspides, con el nivel de competición (basado en la densidad de población) y el coste de defender un territorio como factores de control. Este modelo sugiere que un nivel bajo de competencia en sí mismo no fomenta la territorialidad cuando el coste es elevado (punto *a*). Si una pequeña población de cormoranes de

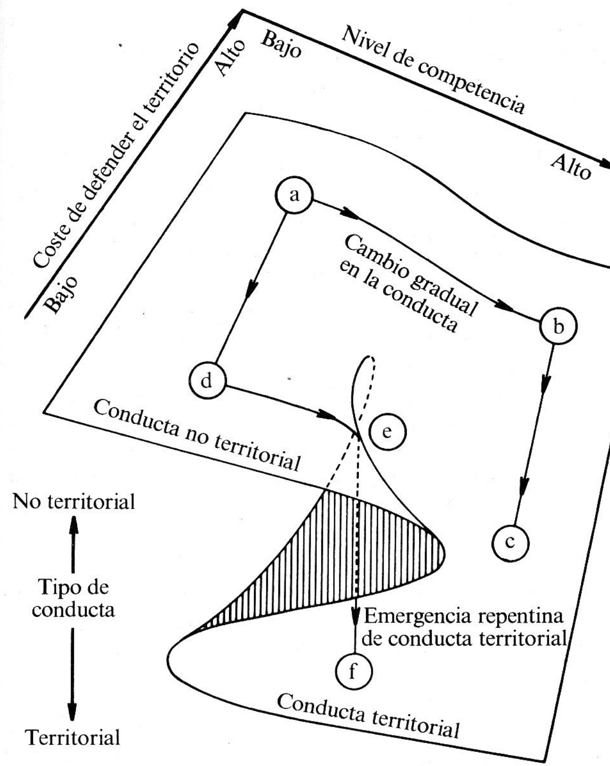


Figura 19. Conducta territorial.

Brandt tuviera acceso a un área de pesca muy extensa, habría pocos incentivos para que cualquiera de los pájaros pretendiese quedarse con la región para él solo, porque tendría que pasar todo el tiempo patrullando las fronteras. Si tanto la competencia como su coste son elevados (punto *b*) es más probable que aparezca el comportamiento territorial, pero no desarrollado por completo: puede tomar la forma de una organización jerárquica, un «orden de picoteo» tal como el de las aves de corral, donde los individuos de más categoría pueden echar a sus inferiores de cualquier sitio, pero sin que haya territorios permanentes.

Si el coste de defender un territorio disminuye para una especie con una estructura jerárquica, pero la competencia continúa siendo elevada, la conducta territorial puede continuar desarrollándose en una transición suave (no catastrófica) (curso *b-c*). Pero si una especie no territorial adaptada a condiciones de poca competencia y bajo coste de defensa se ve sometida a una competencia creciente (digamos que debido a una explosión de la población o a un cambio climático que produce un declive en el recurso necesario), entonces el modelo predice una transición repentina (catastrófica) o una conducta territorial (curso *d-e-f*). Uno esperaría, entonces, que si un criador de pollos interviniese para quitar de en medio a todos los que desafiasen a los gallos dominantes, sus descendientes mostrarían un apego creciente hacia lugares específicos. Pero si, por ejemplo, unas aves migratorias que normalmente tuvieran amplio espacio para elegir el emplazamiento de sus nidos fuesen encerradas en un aviario de un zoo, uno podría esperar que cambiasen de conducta territorial de forma más o menos rápida.

Este modelo cualitativo estimula —aunque, naturalmente no puede resolverlo— el planteamiento de cuestiones cuantitativas. ¿Cuánta competencia hace falta para convertir a una población migratoria en una población sumamente territorial? Y, si la competencia vuelve a decrecer posteriormente, ¿se deshacen las pautas de conducta territorial en el mismo punto o en uno diferente (es decir, obedece la transición catastrófica la regla del retraso o regla de Maxwell)? ¿Cuál es la extensión específica de la com-

petencia para la que aparece divergencia cuando disminuye el coste de la defensa territorial? Las respuestas pueden hallarse reexaminando los estudios existentes sobre la nueva perspectiva que proporciona este modelo o concibiendo estudios de campo para recoger datos cuantitativos.

* * *

La competencia entre los dueños de territorios adyacentes puede llevar al fenómeno que los etólogos llaman «lucha pendular», una pauta de conducta bien conocida entre los peces tropicales de la familia *Cichlidae,* por ejemplo. Un pez que se acerca demasiado a la zona de anidamiento de otro es un invasor y el defensor le sale al encuentro y le hace retroceder. Al forzar al invasor a acercarse a su propio nido, sin embargo, el invasor se convierte en defensor y lucha con más fuerza, mientras que el defensor original (ahora invasor) debilita su ataque. Las transiciones de ataque a defensa no ocurren en una sola línea, la frontera imaginaria entre los territorios, sino en una banda de territorio que se extiende a cierta distancia a ambos lados.

Esta pauta de transición sugiere el lazo de histéresis que se muestra en la Figura 20. Aquí los factores de control son la intensidad de la amenaza territorial (la cercanía de un invasor al nido) y el nivel de motivación defensiva (que varía con la condición física de los animales implicados, la fase de la estación de anidamiento, etc.). Cuando tanto el invasor como el defensor están muy motivados, el lazo de histéresis *(f-g-h-i)* es grande. El modelo sugiere que al cansarse los combatientes, la lucha pendular debería ir «amortiguándose», los puntos de transición ir acercándose y terminar uniéndose al cesar la lucha. Esta pauta cambiante ha sido observada de hecho en los peces *Cichlidae* y en otras especies. (Este modelo, al tratar, como lo hace, de la conducta territorial individual en vez de tratar de la de toda una población de animales, justifica el uso de la regla de retraso, que hace posible la histéresis.)

Con un nivel intermedio de motivación, la conducta alternante no tiene por qué llevar a un ciclo de histéresis. El curso *e-c-d-e* describe un solo encuentro en el que ninguno

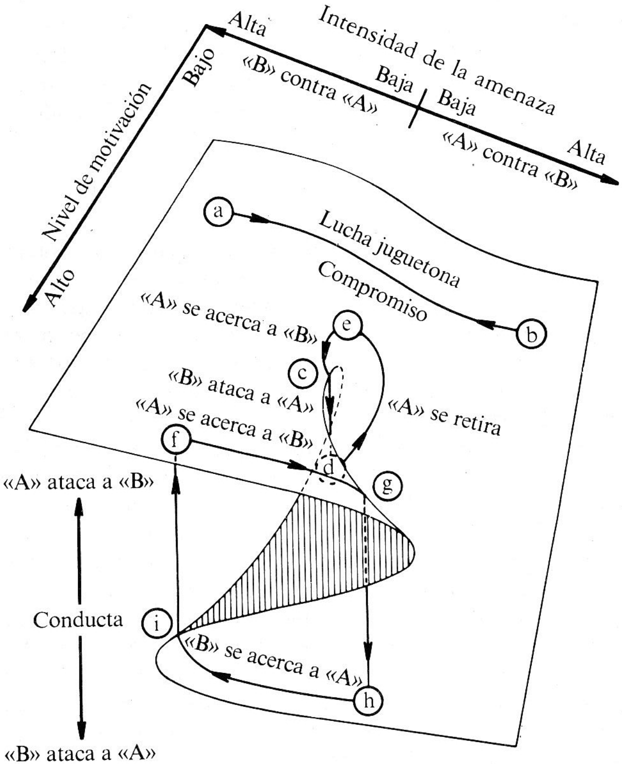


Figura 20. Conflicto territorial: lucha pendular.

de los participantes está seriamente amenazado. Aquí los peces pueden simplemente vigilarse mutuamente, quizá con una racha ocasional de lucha. Y si el nivel de motivación es bajo, no hay razón para esperar transiciones discontinuas (catastróficas) entre conducta agresiva y defensiva. Este puede ser el caso, por ejemplo, de peces inmaduros o fuera de la estación de anidamiento. Las peleas en esta región muestran los rasgos característicos de la «lucha juguetona» con cambios suaves de una forma de conducta

a la otra *(a-b)*. En efecto, muchos animales jóvenes representan jugando las competiciones que serán más adelante en serio. Dos gallos jóvenes, por ejemplo, acechándose y atacándose el uno al otro, volviéndose luego a picotear el suelo de manera aparentemente improcedente, muestran frecuentemente la conducta sugerida en la región de la Figura 20, que está alrededor del origen del doblez. Para explicar este comportamiento, algunas teorías toman prestado el concepto de conducta de «desplazamiento» de la psicología humana de Freud; el modelo de catástrofe que se presenta aquí no requiere ese supuesto esencialmente *ad hoc*, puesto que los factores de control interactúan de una forma que hace que la conducta en parte de la superficie esté sujeta a fluctuaciones fortuitas en el nivel de motivación, tales como la distracción a la vista de un guijarro de aspecto prometedor.

AGRESIÓN Y MOTIVACIÓN

El modelo de Zeeman de conducta agresiva en el perro es una de las aplicaciones más conocidas y más duramente criticadas de la teoría de catástrofes. Zeeman empezó con la observación de Konrad Lorenz de que la expresión facial de un perro refleja enfado o miedo. El enfado, dijo Lorenz, podía correlacionarse con el grado en el que el perro enseñaba los dientes, y el miedo con el grado en que sus orejas estaban aplastadas contra su cráneo (presumiblemente, como creía Darwin, para hacer las orejas menos vulnerables a los dientes de un enemigo). Aunque los dos impulsos o motivaciones están en conflicto, si se dan con niveles muy elevados no se neutralizan mutuamente. Un perro que no experimenta ni miedo ni enfado probablemente se comportará de alguna forma «neutral», pero un perro que experimente altos niveles de ambos impulsos probablemente atacará o huirá.

El modelo que propuso Zeeman intenta reflejar esta bimodalidad de la conducta y dos obervaciones más: primero, que es muy difícil predecir qué modo de conducta aparecerá cuando ambas influencias aumenten al mismo tiempo (como muchos de nosotros sabemos por experiencia), y segundo, que las transiciones entre comportamiento agresivo y sumiso son discontinuas. Cuando un perro está perdiendo en una pelea con otro, no lucha con menor fiereza, luego se vuelve neutral y finalmente muestra sumisión creciente. Por el contrario, interrumpe repentinamente la lucha y huye o rueda sobre la espalda (un despliegue de sumisión para desalentar la agresión del oponente).

La Figura 21 muestra el modelo de Zeeman con el enfado y el miedo como factores de control y el nivel de agresión más probable como comportamiento resultante. El enfado sólo hace que el perro ataque y el miedo sólo le hace

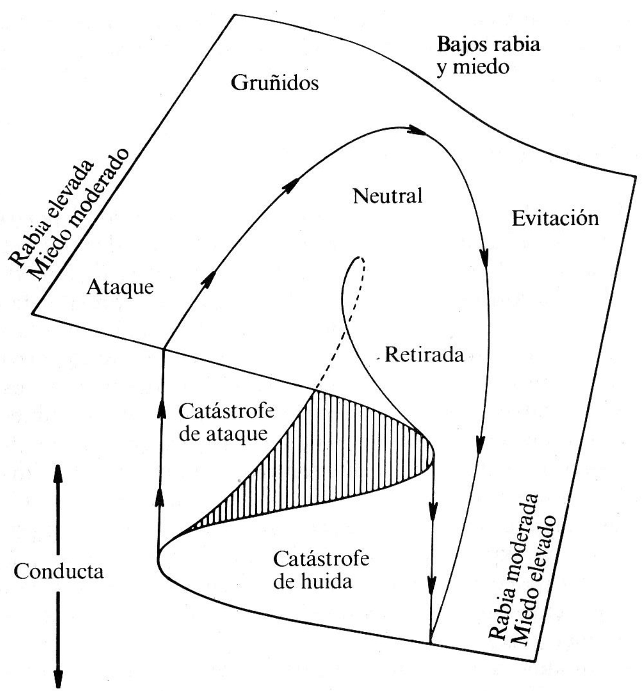


Figura 21. Conducta agresiva en un perro. (Nota: los ejes de control están orientados como en la Figura 9.)

huir o someterse. La conducta neutral es más probable con niveles bajos de ambos estados, pero muy poco probable cuando ambos son fuertes. El curso de estados agresivos a sumisos puede ser suave o discontinuo, y el curso de niveles bajos a niveles altos de ambos impulsos pasa cerca de la singularidad, de modo que una ligera preponderancia de un impulso o del otro puede dar lugar a una gran diferencia en el resultado más probable respecto a la conducta.

Sussmann y Zahler sostienen que el modelo de Zeeman está basado en una definición ambigua de «ataque». Si el salto catastrófico hacia arriba significa ataque, dicen, entonces un camino que llegue a la superficie ascendente sin ese salto no produce ataque: el modelo predice que un perro que no experimente miedo no atacará, por muy enfadado que llegue a estar. Si, por otro lado, una elevada posición en la superficie significa el ataque, entonces Zeeman está creando un continuo de conducta donde no existe ninguno: un ataque es *inherentemente* discontinuo, aunque puede haber un continuo en la motivación. Además, añaden los críticos, no hay evidencia para la divergencia que forma parte del modelo de Zeeman.

Puesto que Zeeman rotula explícitamente la región más elevada de la superficie de conducta como «ataque», está claro que no identifica a la propia catástrofe ascendente con el ataque. Es, por el contrario, el cambio repentino de un estado en el que la sumisión es más probable a otro estado en el que la agresión es más probable. Y, puesto que deja claro que la superficie de conducta muestra los máximos y mínimos de la *probabilidad* (lo que él llama «función de verosimilitud»), la continuidad de la superficie entraña sólo que la variación en la probabilidad es continua y no —como sugieren Sussmann y Zahler— que Zeeman cree en la existencia de «medio-ataques». Ignorando lo que hay escrito en el gráfico es posible afirmar que hace una predicción falsa; ignorando las suposiciones utilizadas para trazar el gráfico es posible afirmar que Zeeman sostiene una creencia absurda. En cuanto al rasgo de divergencia, supone que necesitamos mucho más conocimiento sobre un perro para poder predecir su conducta más probable, cuando sólo un factor está creciendo. Cualquiera que tenga más cuidado al acercarse a un perro vagabundo que a uno de la familia ha tenido probablemente la «evidencia experimental» para la divergencia que los críticos de Zeeman creen que falta.

FORMACIÓN DE GRUPOS

Con frecuencia distinguimos entre especies animales «sociales» y «solitarias» como si esos dos modelos de conducta estuvieran fijados genéticamente, es decir, como si todas las especies tuvieran que conformarse a uno u otro de los dos tipos. A lo largo de toda la historia escrita, sin embargo, al menos un animal —la langosta— ha demostrado periódicamente que son posibles las transiciones de un modo a otro. Durante muchos años, las langostas son animales que pasan desapercibidos. Luego, por razones que sólo recientemente hemos empezado a comprender, se reúnen en nubes que devastan las tierras de pastoreo y las cosechas en un cinturón geográfico que se extiende desde África central hasta la India. A causa de la magnitud del impacto económico de las «plagas de la langosta», cualquier teoría que nos ayude a comprender su formación es de especial interés. La teoría de catástrofes puede hacerlo y puede indicar cualitativamente cómo puede impedirse la formación de tales nubes.

Las características de la conducta de la langosta se reflejan en sus nombres: el tipo *solitaria,* el tipo *gregaria,* que forma nubes, y el tipo *transiens,* que presenta una conducta intermedia. Los tres tipos son genéticamente idénticos, pero la expresión de los genes (lo que los biólogos llaman el «fenotipo» por oposición al «genotipo») difiere. Las langostas *solitaria* parecen preferir el suelo desnudo para poner sus huevos y dejan poca huella incluso en una vegetación dispersa. Las langostas que forman nubes, las *gregaria,* por el contrario, necesitan una espesa vegetación para su sustento.

La transformación de *solitaria* en *gregaria* parece depender en parte de la densidad de población de las langostas. Cuando la concentración de langostas en una zona dada aumenta, las hembras ponen unos huevos más pesados. Las

langostas que salen de ellos son más activas y forman agrupamientos sociales, incrementando así más aún la densidad de la población. Otro factor en la transformación es la concentración en el aire de una feromona —un producto químico orgánico que actúa como mensajero químico fuera del cuerpo en vez de dentro, como ocurre con las hormonas. La feromona de la langosta es producida principalmente por las langostas inmaduras. Estimula la maduración y puede conservar también la integridad de las nubes (una vez que están formadas) mediante su actuación como atractor.

La Figura 22 ilustra como la densidad de la población y la concentración de la feromona pueden interactuar para controlar la conducta de las langostas. Incialmente, *(a)*, ambos factores de control están a niveles bajos. Al crecer la población con los sucesivos ciclos de reproducción, la concentración de feromona crece también. Con un nivel crítico de ambas, *(b),* las langostas *transiens* se transforman rápidamente en *gregaria* e irrumpe la formación de nubes, *(b-c).*

Sin embargo, hay varias influencias externas que se oponen a la estabilidad de las nubes, afortunadamente para los agricultores. Si una nube no emigra con suficiente rapidez, puede agotar los alimentos disponibles. También, las langostas activas en la formación de la nube tienden a pasar menos tiempo reproduciéndose, de modo que disminuye la proporción de langostas inmaduras en la nube. Esto hace disminuir la concentración de feromona y la nube pierde su integridad. Puede deshacerse muy rápidamente, *(e-d-e)* o, si la inanición interviene en la disminución de la población, hay una desintegración gradual, *(c-f-a).*

El análisis cualitativo de la teoría de catástrofes sugiere varias formas en las que puede controlarse la formación de nubes de langostas. Por ejemplo, si la feromona pudiera ser sintetizada y pulverizada en el aire alrededor de una nube incipiente, mantendría artificialmente a los insectos en la forma *transiens (a-g).* La feromona sería efectiva en cantidades mucho menores que el insecticida, y ganaría tiempo hasta que los cambios meteorológicos (o el insecticida, en caso necesario) redujeran la población de langostas, *(g-h-a).*

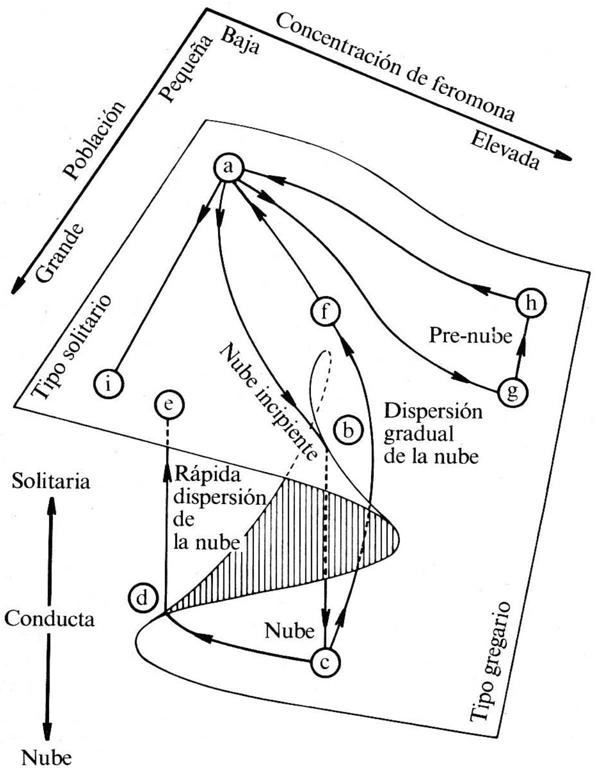


Figura 22. Conducta de las langostas respecto a la formación de nubes.

Otra alternativa sería el *descenso* artificial de la concentración de feromona, que también impediría la formación de nubes. Este descenso podría conseguirse encontrando una sustancia que neutralizase la feromona en el aire, o una sustancia que bloquease los efectos metabólicos en las langostas *transiens*. Otro método sería criar y dejar en libertad a la langosta mutante albina, que no aumenta la producción de feromona cuando está en grupo. Cualquiera de

estos métodos permitiría el crecimiento de la población, pero impediría la transformación en *gregaria (a-i).*

La teoría de catástrofes, naturalmente, no tuvo nada que ver con el descubrimiento de la feromona de la langosta. Sin duda, experimentos de control de la langosta por medio de la feromona hubieran podido concebirse sin ella. Pero sin el modelo de la teoría de catástrofes para clarificar la interacción de la concentración de feromona y la densidad de población, los resultados de esos experimentos hubieran sido más difíciles de interpretar. Por ejemplo, un investigador que observase que un cambio muy pequeño en la concentración de feromona tenía un gran efecto divergente en la conducta podría concluir que había un nivel liminal del efecto de la feromona. Con la perspectiva que proporciona este modelo, sin embargo, está claro que los efectos de la feromona varían constantemente con su concentración. Es la *combinación* del nivel de feromona y la densidad de población lo que produce el aparente umbral.

* * *

La teoría de catástrofes no contradice ni sustituye los enfoques al estudio de la conducta animal descritos al principio de este capítulo. Por el contrario, es compatible con todos ellos, y proporciona una nueva forma de organizar sus supuestos y observaciones. Los modelos propuestos en este capítulo utilizan sólo las propiedades de la superficie de la catástrofe en cúspide —bimodalidad, catástrofe, histéresis y divergencia— y reflejan sólo la conducta de una única especie. Para mostrar cómo interactúan las diferentes especies en cuanto a sus comportamientos, o cómo cambian esas interacciones con el tiempo, son necesarios modelos más complejos, basados en superficies de catástrofe de mayor dimensionalidad, tales como la mariposa. Y, más allá de las catástrofes elementales, está la visión de Thom de un modelo global, dinámico para todos los sistemas vivos. En ese modelo, la conducta de cada especie constituiría una pequeña parte del desdoblamiento de una singularidad de dimensionalidad inimaginablemente alta. Dos especies que dependen una de otra (las abejas y la boca de dragón, por ejemplo) estarían topológicamente «más cerca» una de la otra que dos especies que tuvieran muchos genes en común. Quizá Thom fue impulsado a este pensamiento por sentimientos parecidos a los de Darwin cuando, al final de *El origen de las especies* pasó de la imagen lineal del «árbol» ramificado de la evolución a una visión más compleja:

> Es interesante contemplar una orilla enmarañada, cubierta de muchas plantas de muchos tipos, con pájaros cantando en los arbustos, con diversos insectos revoloteando alrededor y gusanos arrastrándose por la tierra húmeda, y reflexionar sobre el hecho de que esas formas construidas de manera tan elaborada, tan diferentes unas de otras, y que dependen unas de otras de un modo tan complejo, hayan sido producidas, todas ellas, por leyes que operan alrededor de nosotros... Mientras este planeta daba vueltas sin cesar según la ley fija de la gravedad... un sin número de formas bellísimas y maravillosas ha evolucionado y sigue haciéndolo.

CAPÍTULO 7

Aplicaciones en sociología y economía

Esta función [de autoridad] tiene que tener al menos un máximo, y el individuo en ese punto es el jefe, puesto que no acepta órdenes de nadie.

RENÉ THOM

Las ciencias sociales o «inexactas» tienen una relación difícil con las matemáticas. Hasta cierto punto, persiguen un objetivo newtoniano de cuatificación y predicción. Sin embargo, las variables humanas y ambientales con las que se enfrentan son tan variadas, la posibilidad de experimentos significativos, tan reducida, y los datos (tanto presentes como históricos), tan cuestionables, que los mayores logros de la sociología y la economía son, por el momento, principalmente descriptivos más que analíticos. Además, cualquier teoría en ciencia social se enfrenta con un problema especial: el miedo extendido de que si el conocimiento es poder, entonces el conocimiento en las ciencias sociales podría reforzar el poder de aquéllos que es posible que ya tengan demasiado. Hay una inquietud justificada sobre la creciente amenaza que pesa sobre la intimidad y la libertad a causa de la recolección por parte del gobierno de datos para alimentar los modelos estadísticos y econométricos y de sus decisiones basadas en extrapolaciones hechas por ordenador, de tendencias actuales.

Los instrumentos matemáticos más extensamente utilizados en las ciencias sociales son estadísticos y la preponderancia de métodos estadísticos ha dado lugar a teorías tan abstractas y tan enormemente complicadas que parecen una disciplina ellas solas, divorciadas del mundo exterior a las revistas especializadas. Las teorías estadísticas suponen normalmente que la conducta de gran parte de la gente es la media de un «resumen» suave de la conducta a lo largo de un extenso periodo de tiempo. Les resulta difícil tener en cuenta los puntos repentinos, críticos, de importante cambio cualitativo. El enfoque estadístico lleva a modelos que resaltan las condiciones cuantitativas necesarias para el equilibrio: un equilibrio entre precios y salarios, digamos, o entre importaciones y exportaciones. Estos modelos son inadecuados para describir el cambio cualitativo y la discontinuidad social, y aquí es donde la teoría de catástrofes puede ser especialmente útil.

Dos de los modelos sugeridos en este capítulo son puramente descriptivos, e intentan ilustrar simplemente lo que ya se conoce sobre la psicología social y la operación de la condición social; otros dos, en economía, indican rasgos que podrían buscarse en situaciones presentes y futuras, quizá con vistas a la política a seguir y a la predicción.

Psicología social: multitudes y ejércitos

La conducta imprevisible de grandes grupos de personas en momentos críticos de tensión ha tenido una enorme influencia en la historia. La multitud revolucionaria que atacó la Bastilla en 1789 era coherente y obraba con un propósito en ese momento crítico. La apreciada Guardia Imperial de Napoleón, cuando se dispersó bajo el fuego de la batalla de Waterloo en 1815, perdió su cohesión vital bajo una tensión suprema. En 1895, Gustave Le Bon teorizó en *La Psychologie des Foules* [La psicología de las multitudes] que lo que ocurría en momentos como ésos era una manifestación de una «mente de la multitud», de la «inmensa operación inconsciente» de «fuerzas misteriosas».

La psicología social no ha avanzado mucho desde la época de Le Bon en la comprensión de este tipo de conducta. Un modelo basado en la superficie de la catástrofe en cúspide puede ayudarnos a organizar y comprender más fácilmente lo que sabemos. La Figura 23 muestra el modelo con el orden en la acción del grupo como eje de conducta. Los factores de control seleccionados son la cohesión, la ten-

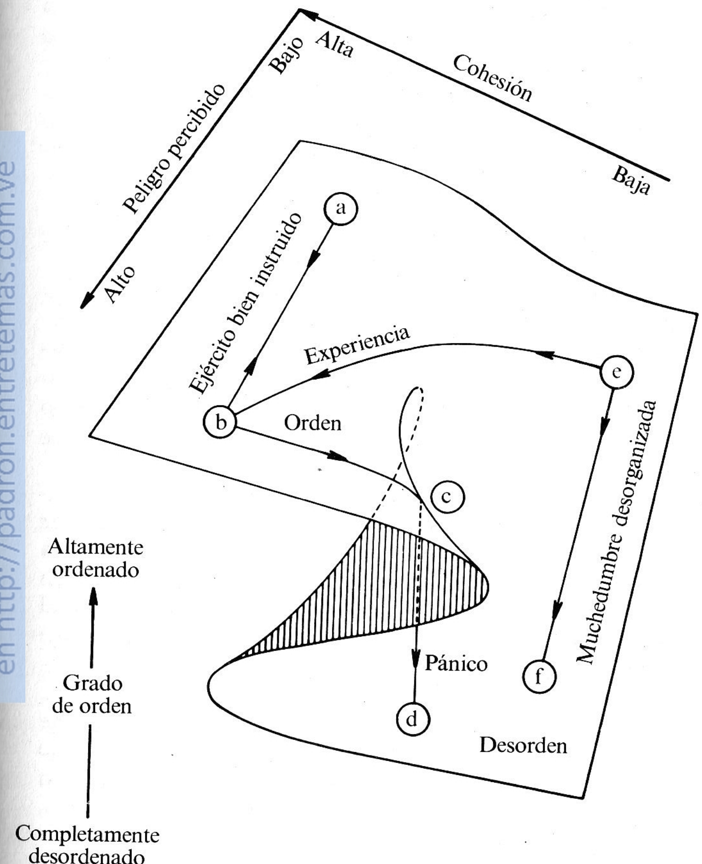


Figura 23. Orden social contra desorden en tiempo de peligro.

dencia de los individuos a identificarse con su grupo y sus objetivos, y el peligro (en realidad, el nivel de peligro percibido, puesto que un rumor puede ser tan efectivo como un hecho real en la determinación de la conducta del grupo).

El curso *a-b* en la superficie concuerda con la observación hecha por muchos jefes e historiadores militares de que un ejército bien instruido, en el que los soldados están condicionados a considerar la integridad de su unidad —desde la patrulla hasta la división— como de la mayor importancia, se coordina más estrechamente, incluso, al aumentar el peligro. Si su cohesión disminuye, por ejemplo si los soldados ven a sus compañeros huir del campo de batalla, el desbaratamiento del ejército puede ser repentino *(b-c-d)*.

Una muchedumbre, al contrario que un ejército, se hace menos ordenada al aumentar el peligro *(e-f)*. Pero si su sentido de la cohesión aumenta uniformemente mientras aumenta el peligro, el grupo puede dar la «vuelta a la esquina» hacia la superficie superior *(e-b)*. Este curso corresponde al desarrollo de las fuerzas comunistas chinas durante la «Larga Marcha» de 1935, que convirtió un grupo inicialmente mal organizado en el núcleo de la fuerza que terminó por vencer a los Nacionalistas en 1949.

Este modelo facilita la comprensión de por qué los rumores pueden ser tan desmoralizadores. Además de elevar el peligro percibido, hacen descender la cohesión al dar a entender que la «versión oficial» de los hechos es falsa, en otras palabras, que los líderes ni siquiera confían la verdad a sus seguidores. El modelo sugiere también que, incluso cuando se cree en ellas, las noticias de fuentes oficiales, pueden provocar un pánico y una pérdida repentina de orden. La transmisión radiofónica en 1938 de *The War of the Wordls [La guerra de los mundos]*, por ejemplo, primero elevó el peligro percibido mediante una vívida descripción de un aterrizaje y ataque de unos marcianos inexistentes, luego redujo la cohesión interrumpiéndose para difundir confusas informaciones sobre la retirada del ejército, el estrangulamiento de las carreteras por los refugiados, y así sucesivamente. Los que escucharon el programa creyeron

inmediatamente que nada se interponía entre ellos y los invasores y se produjo un pánico.

La única predicción de este modelo es algo que conoce todo jefe de éxito: que cuando el nivel de peligro está a punto de aumentar, incluso un pequeño aumento de la cohesión puede ser muy importante. Shakespeare mostró esto de manera inolvidable en la visita de incógnito que hizo el Príncipe Hal a sus soldados junto al fuego la víspera de la batalla. Aunque no le reconocen y gran parte de la escena es cómica, al público le queda la impresión de la intimidad entre Enrique V y sus abigarrados soldados y está preparado instintivamente para la futura victoria.

Condición social y matrimonio

Otro modelo puramente descriptivo es el que se muestra en la Figura 24, que relaciona la condición social con sus dos determinantes más importantes (al menos en muchas sociedades occidentales): la riqueza y el atributo menos mensurable que los sociólogos llaman «condición adscriptiva», que se obtiene por medio de la familia, la ocupación, la filantropía, o la «educación».

¿A qué corresponden las diversas posiciones y cursos en esta superficie modelo? Los que son lo bastante afortunados como para disfrutar tanto de riqueza como de una condición adscriptiva elevada tienen, naturalmente, una elevada condición social *(a)*: un sitio en la bolsa y un sitio en la ópera son las mejores credenciales en esta región. Incluso una elevada condición adscriptiva sola puede asegurar una condición social elevada *(b)*: la de un profesor de universidad pobre pero respetable, por ejemplo. El curso de *a* a *b* es un declive gradual, el que lleva a la marchita nobleza de las viejas familias «venidas a menos».

En las sociedades de dominio masculino, la oposición social de la mujer sigue a la del marido, de modo que los efectos del matrimonio en la condición social pueden representarse como saltos en la superficie modelo. Una mujer de baja clase social que hace «una buena boda» —Cenicienta, por ejemplo— efectúa la transición ascendente *e-f-c*,

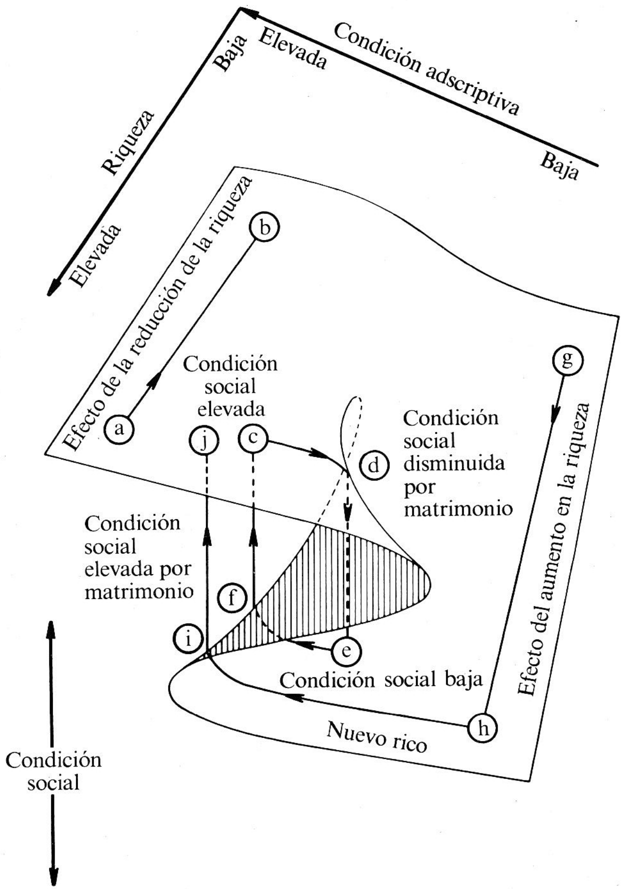


Figura 24. Cambios suaves y repentinos de la condición social.

mientras que la transición inversa *c-d-e* (casarse por debajo de su clase) supone una amenaza a la posición de la mujer implicada, pero no a la del Príncipe Azul. El modelo incluye también el aparentemente paradójico declive de los «nuevos ricos» *(g-h)*, cuya sola riqueza en aumento les hace más vulgares (a los ojos de las familias aristócratas) de lo

que eran anteriormente. A causa de la divergencia, lo mejor que puede hacer uno que empieza a tener éxitos financieros es concentrarse en los buenos modales, buena dicción, buenas obras y los otros aspectos de la condición adscriptiva. Esos son los signos que escudriñarán sus «superiores» antes de permitirle subir a la lámina superior de la superficie. Las hijas de los «nuevos ricos» pueden obtener una condición social elevada por medio del matrimonio, dejando atrás a sus parientes *(h-i-j)*.

Este sencillo modelo refleja los cambios en la condición social de los individuos, pero podría adaptarse para seguir las cambiantes relaciones de clases sociales enteras a lo largo de la historia. La capa emergente de conducta intermedia en la catástrofe en mariposa, por ejemplo, podría corresponder al desarrollo de la «clase media» burguesa que juega un papel tan importante en los estudios de la historia de orientación sociológica. Si se encontraran los factores de control apropiados para ese modelo, podríamos ser capaces de entender por qué el ascenso al dominio social de una clase media es gradual a veces y marcado por una revolución y una guerra civil otras.

ECONOMÍA: COMPETENCIA Y PRECIOS

Una llamativa deficiencia de la teoría económica existente es que proporciona una visión clara de la conducta de los precios en una situación monopolística o en una situación competitiva, pero es mucho menos clara respecto a lo que ocurre cuando un tipo de situación cambia hacia el otro. Una descripción basada en la teoría de catástrofe puede proporcionar un modelo para esas transiciones para las que no existía ninguno antes. Debería estimular a los economistas a buscar nuevos datos para verificar la predicción cualitativa del modelo: que en determinadas circunstancias, deberían existir dos gamas de precios distintos para una determinada mercancía al cambiar el número de productores de dicha mercancía.

Primero, unas cuantas definiciones básicas. El número de productores en una industria puede estar determinado por sus economías de escala. Si la producción en grandes cantidades es más barata, la industria tiende a estar dominada por una compañía (monopolio) o por unas pocas (oligopolio). El suministro de electricidad en la mayoría de las ciudades de Estados Unidos, por ejemplo, lo proporcionan compañías monopolistas de servicios públicos, mientras que los principales fabricantes de automóviles forman un oligopolio. En cada caso, las circunstancias de producción dan lugar a un monopolio u oligopolio «natural».

En un oligopolio, el nivel de producción de una empresa tiene gran impacto sobre los precios, las ventas y los beneficios de las otras empresas. Este impacto puede reducirse por medio de la adopción de una de tres estrategias. Primero, el oligopolio puede formar un cartel en el que la producción y los precios de cada miembro estén determinados por negociación. El oligopolio se comporta entonces como si fuera un monopolio. Segundo, una o más empresas pueden iniciar una ronda depredadora de reducción de precios para expulsar del mercado a los productos más débiles. Tercero, en algunas circunstancias, las empresas pueden fusionarse, reduciendo así el nivel de competencia en beneficio de las empresas restantes.

Incluso cuando se utilizan esas estrategias, los fabricantes son generalmente incapaces de subir los precios indefinidamente. Cuando los precios suben, los clientes buscan fuentes alternativas de suministro, formas alternativas de cubrir sus necesidades, o simplemente dejan de comprar por completo. El alcance de este comportamiento lo refleja una magnitud económica denominada elasticidad de la demanda. La baja elasticidad de la demanda es característica de las mercancías que se consideran generalmente como de primera necesidad: incluso si el precio sube rápidamente, sólo hay una ligera caída en la demanda. La alta elasticidad de la demanda está asociada a los bienes y servicios cuya compra puede retrasarse u omitirse totalmente: una pequeña subida de precio da lugar a una caída relativamente grande de la demanda. Los clientes seguirán comprando algo de la mercancía, incluso a un precio alto, pero comprarán mucho más a un precio bajo. En este caso, los productores tienden a ser más competitivos en los precios.

Así, tanto el número de productores como la elasticidad de la demanda pueden afectar a los precios y un modelo completo de su influencia debería mostrar tanto los cambios repentinos como los cambios graduales de precios. Hay modelos matemáticos para ambos tipos de cambios pero no hay un solo modelo que los incorpore a los dos. La Figura 25 es un primer paso hacia el remedio de esta situación. En condiciones de baja elasticidad de la demanda y mucha competencia, el precio de una mercancía es relativamente bajo *(a)*. Si el número de productores disminuye mientras la elasticidad de la demanda permanece baja, el precio aumenta ligeramente pero el mercado sigue siendo básicamente competitivo *(a-b)*. Una mayor reducción del nivel de competencia, sin embargo, puede ocasionar la formación de un oligopolio y una subida espectacular del precio *(b-c-d)*. Las fusiones de empresas o la cartelización pueden crear un monopolio real o uno *de facto (d-e)* que haga subir aún más los precios.

Un ejemplo en el que la formación de un oligopolio tuvo un efecto espectacular sobre los precios fue la creación de la OPEP, la asociación de países productores y exportadores de petróleo. Esas naciones habían estado vendiendo competitivamente su petróleo, pero en 1973 empezaron a fijar los precios de forma concertada, como oligopolio. El precio del petróleo crudo pasó de $2,12 el barril en enero de 1973 a $7,61 el barril un año después y a $10,50 el barril en enero de 1975.

Este alza del precio tuvo algún efecto sobre el consumo, que cayó en un 14 por 100 en Bélgica y en los Países Bajos, 10 por 100 en Alemania Occidental y 3,5 por 100 en los Estados Unidos. Pero la elasticidad de la demanda de petróleo, al menos a corto plazo, era baja y los miembros de la OPEP no tuvieron dificultades para vender todo lo que quisieron producir.

El nivel de competencia sólo podía incrementarse de cualquiera de varias maneras: Si uno o más miembros de la OPEP rompieran con la organización y produjeran mucho más petróleo a bajo precio, podrían aumentar su participación relativa en el mercado mundial. O el elevado precio podía fomentar la localización y desarrollo de nuevas

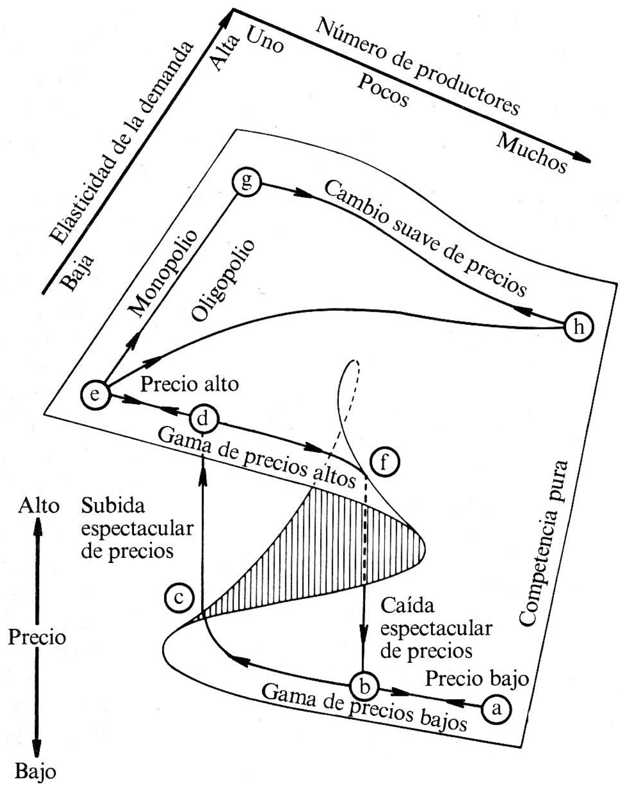


Figura 25. Efectos de la competencia y la elasticidad de la demanda sobre los precios.

fuentes de petróleo, por ejemplo, en el Mar del Norte o en Alaska. En cualquier caso, uno podría esperar que un aumento suficiente en el número de productores provocaría una reducción espectacular de los precios *(d-f-b)*. Naturalmente, los nuevos productores potenciales son conscientes de que esta reducción tardará probablemente mucho en llevar al nivel de competencia en el que surgió por primera vez el oligopolio. Este es un rasgo obvio del modelo.

¿Y si la elasticidad de la demanda cambiase, si, por ejemplo, se dispusiera rápidamente de una fuente alternativa de energía? Un monopolio puede resistir un aumento así en la elasticidad de la demanda, aunque es inevitable como mínimo una ligera caída de los precios *(e-g)*. Un oligopolio experimenta mayor presión cuando sus miembros empiezan a estar en desacuerdo respecto a las reducciones de precios necesarios para seguir siendo competitivos en la nueva situación y puede tener lugar una desintegración gradual *(e-h)* con una caída grande, pero relativamente suave de los precios.

En casos de una elasticidad de la demanda muy grande, el modelo de catástrofe es compatible con el análisis tradicional para la predicción de un cambio suave en los precios al cambiar el mercado entre condiciones de baja y alta competencia *(g-h)*. En esta región de la superficie hay pocos incentivos para formar un cártel, porque los mayores precios que permite se enfrentarían a una caída de la demanda. Además, el modelo indica que la diferencia real de precios entre situaciones monopolísticas y competitivas sería menor que si la elasticidad de la demanda fuera baja. (En teoría económica se supone que si la demanda fuera perfectamente elástica —es decir, si cualquier aumento de precio eliminase totalmente la demanda— no podría haber ningún cambio de precios. La superficie de catástrofe no tiene una región completamente plana pero, naturalmente, tampoco se da nunca una demanda perfectamente elástica.)

El rasgo más interesante de este modelo es su predicción de dos gamas de precios, una alta y otra baja, en condiciones en que la elasticidad de la demanda es de baja a moderada y la competencia moderada. Como hemos visto, las transiciones entre esas gamas serían espectaculares en casos de elasticidad muy baja de la demanda. Cabría esperar que se hicieran menos pronunciados al aumentar la elasticidad de la demanda: el ciclo de «expansión-depresión» se haría menos abrupto porque disminuiría el incentivo para aprovecharse de los altos precios —o para abandonar el mercado a causa de los bajos precios.

Un rasgo concomitante es que la gama de precios efectiva en un momento determinado depende de si el nivel de competencia en el mercado ha ido aumentando o disminuyendo. Hasta que se alcancen los puntos de transición, los precios altos (pero en declive gradual) se asociaron con la creciente competencia y los precios bajos (pero en aumento gradual) con la disminución de la competencia. Esta predicción cualitativa no surge en las teorías económicas existentes. Debería ser posible determinar si es verdadera en la práctica, investigando los documentos existentes o reuniendo nuevos datos y quizá se podrían hallar las dimensiones cuantitativas de esta «fijación de precios bimodal» en casos específicos.

Sería necesario un modelo más complejo, uno basado en la superficie de catástrofe en mariposa, para describir la interacción de monopolios u oligopolios. Si los productores miembros de un cártel petrolífero, por ejemplo, se encontraran con que los productores de grano o cromo o de otra mercancía vital habían formado su propio cártel, el modelo de catástrofe en cúspide no sería de las dimensiones adecuadas, pero la región intermedia del modelo mariposa podría describir el compromiso al que podrían llegar los cárteles. Este tipo de refinamiento cualitativo será necesario, ciertamente, para construir una teoría de los acuerdos sobre precios, de múltiples niveles y conexiones, que dominan mucho del comercio internacional hoy día.

Inflación y expectativa

La economía en cuanto ciencia predictiva está inevitablemente ligada a la política, especialmente cuando se ven involucrados los niveles de inflación y desempleo. Los estudios empíricos han sugerido que existe una correspondencia entre esos niveles, y los partidos políticos se acusan mutuamente de sacrificar a los que están sin trabajo ante el objetivo de reducir la inflación o, inversamente, de sacrificar la estabilidad económica ante el objetivo del pleno empleo.

Más recientemente, tanto los economistas como los políticos han reconocido que la *expectativa* de futura inflación es un factor importante. Si un alto nivel de inflación

es la norma, entonces los trabajadores empiezan a exigir salarios más altos para compensar el aumento del coste de vida que creen que va a darse durante el periodo de su contrato. Estos salarios más altos tienen en sí mismos un impacto inflacionario, especialmente cuando los obtienen grandes números de trabajadores al mismo tiempo mediante las negociaciones de los sindicatos principales.

Este fenómeno sugiere que un modelo cualitativo de la inflación debería incluir la tasa esperada de inflación como uno de los factores de control y el desempleo como el otro. La Figura 26 muestra ese modelo. El peor caso (en términos de sus efectos sobre la inflación) es un nivel bajo de paro y una tasa esperada de inflación alta *(a)*. Puede mejorarse un poco bajando la tasa esperada de inflación *(a-b)*; esto puede lograrse mediante la adopción por parte del gobierno de una política agresiva de apremio para desanimar los aumentos de precios. Para lograr una mayor caída de la inflación, puede ser necesario permitir un aumento políticamente impopular del desempleo al mismo tiempo *(a-c-d)*. El aumento del desempleo solo, sin disminución de la expectativa de la inflación futura sólo producirá una ligera caída de la inflación *(a-e)*. Las condiciones en la región en torno a *e* corresponde a la inflación con estancamiento* que han sufrido Gran Bretaña e Italia desde principios de los 70 hasta el presente. Salir de esta región a una de menor inflación requeriría un incremento drástico del paro *(e-f-g) o, preferiblemente, un ligero incremento del paro junto con esfuerzos dignos de crédito para reducir la inflación futura (e-c)*. Un conocimiento del estado preciso de la economía en torno a *c* es obviamente crucial, puesto que un incremento en la inflación esperada en ese punto puede tener efectos ampliamente divergentes sobre la tasa real de inflación.

Muchos de los debates sobre política económica en años recientes han tratado de lo que se describe como «hilar fino»

* El original habla de *stagflation*, que significa inflación con estancamiento y que es lo que sufrieron los países citados. Pero al explicar el término habla de *stagnant inflation* que literalmente significa inflación estancada. Es evidente que se trata de una confusión. *[N. de la T.]*

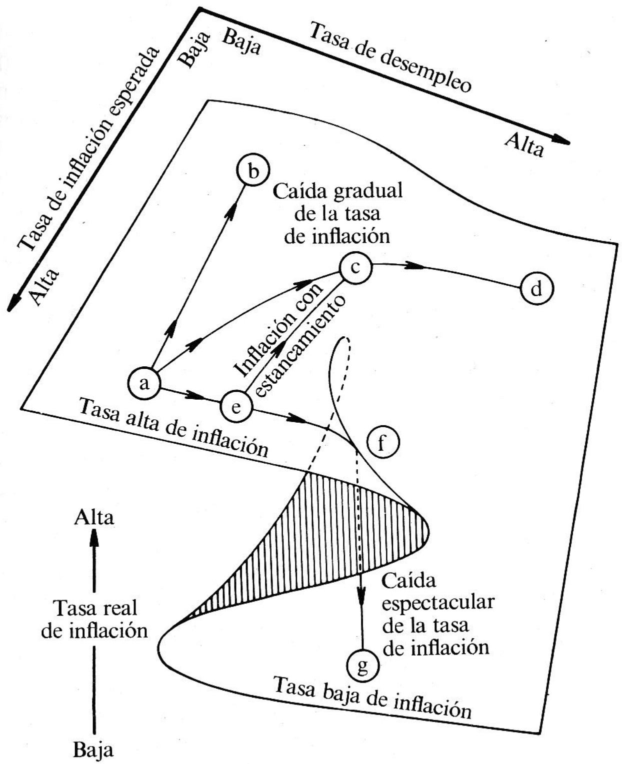


Figura 26. Cambios graduales y espectaculares en la inflación.

en cantidades como la oferta monetaria (que afecta a la inflación por medio de los tipos de interés de los créditos) y el gasto del gobierno en bienes y servicios (que aumenta el empleo al elevar la demanda total). El valor de este modelo estriba en su indicación de que la *secuencia* en que se alteran los factores de control puede, en cualquier momento dado, ser como mínimo tan importante como sus niveles cuantitativos.

Muchas de las críticas más vehementes a la teoría de catástrofes aplicada se han dirigido a los modelos en economía y sociología. Un modelo desarrollado por Zeeman para los derrumbamientos de la bolsa, por ejemplo, ha sido interpretado por Sussmann en el sentido de que una bolsa puramente especulativa no podía derrumbarse nunca, en contradicción, en opinión de Sussmann, con la razón y con la experiencia. Los supuestos tras la acusación de Sussmann parecen ser los mismos que provocaron su crítica del modelo de la agresión de los perros: que un cambio discontinuo en el nivel de cierto tipo de conducta es indistinguible de un cambio rápido pero continuo.

Otro tipo de crítica, inspirado por el miedo al Hermano Mayor, iba dirigido contra el modelo para los disturbios en las cárceles que desarrollaron Zeeman y varios psicólogos de prisiones. Ese modelo era retrospectivo más que predicativo, puesto que fue elaborado en 1975 sobre la base de datos recogidos en 1972. Los datos eran enteramente «públicos», es decir, concernían al número de presos que firmaban una petición para ver al director de la cárcel, el número de presos que pedían ser transferidos de una determinada galería, etc. El artículo en el que se presentaba el modelo sólo hacía una «predicción», a saber, que las autoridades de las cárceles harían mejor en tratar un enfrentamiento mediante la negociación que con el uso de la fuerza. Con todo, Jonathan Rosenhead pasó por alto todos esos puntos en su crítica, afirmando que la teoría de catástrofes no se estaba aplicando «para la liberación sino para el control social. Otro instrumento de manipulación se añade a la lista existente de técnicas basadas en la ciencia para mantener subyugada a la población de las cárceles: modificación de la conducta, terapia de aversión... psico-cirugía, gases antidisturbios y armas de impacto». No hay nada en el modelo de Zeeman o en su muy provisional presentación que justifique esa diatriba. Incluso un mal entendido accidental dio lugar a una respuesta similar: una información equivocada en un artículo de una revista en el sentido de que las cámaras en las celdas de los presos formaban parte del proceso de recogida de datos de Zeeman provocó una pregunta en el Parlamento antes de que se corrigiera el error.

De hecho, la teoría de catástrofes no tiene ninguna de las inclinaciones ideológicas que ven algunos de sus oponentes. Sus descripciones de cambios continuos o discontinuos no se ponderan en favor del «control social» o contra la «liberación». Por el contrario, ofrecen las mismas percepciones cualitativas a cualquiera que decía aprovecharse de ella (independientemente de sus convicciones sociales o políticas). La teoría de la evolución se utilizó para justificar ideas de cruel competencia social y económica a finales del siglo XIX, pero ese mal uso no invalidó a la teoría. La teoría de catástrofes apenas ha sido utilizada, y parece demasiado pronto para afirmar que apoya cualquier visión particular del mundo social.

CAPÍTULO 8

Aplicaciones en política y opinión pública

> Parece que la mente social tenga un carácter fragmentario muy similar al de una mente animal: la sociedad sólo encuentra su identidad frente a una amenaza urgente, como la guerra, cuando su existencia y estabilidad están amenazadas...
>
> RENÉ THOM

Cómo vemos los acontecimientos políticos son en gran medida una cuestión de tiempo. El historiador tiene tiempo para analizar los sucesos del pasado más o menos distantes, aunque el lujo de la percepción histórica retrospectiva se compensa con la dificultad de evaluar qué hacían realmente las personas de hace muchos años, qué pensaban y qué querían. El periodista político, que trata de acontecimientos actuales, tiene mucho menos tiempo y mucha menos perspectiva, pero puede observar los acontecimientos día a día con todo detalle y hablar con los que están implicados en ellos. Y el politólogo, sacando su material de la historia y de los acontecimientos actuales en igual medida, tiene que intentar deducir los principios generales aplicables tanto al pasado como al presente.

Si la ciencia política fuese capaz de hacer predicciones detalladas sobre los sucesos, entonces habría pocos politólogos en nuestras universidades: podrían ser mucho más influyentes (por no decir prósperos) trabajando con los líderes políticos y las organizaciones políticas. De hecho, hablamos del «arte de la política» antes que de ciencia política. La mayoría de los políticos en ejercicio son, si no artistas, ingenieros. Tienen sus propios métodos prácticos, experiencia operativa en el campo y pruebas pragmáticas (tales como los sondeos de la opinión pública y las elecciones) que les dicen lo que funciona y lo que no. Y, en su mayoría, no quieren saber nada de teorías políticas abstractas.

La teoría de catástrofes puede ser útil en ciencia política de tres modos. Primero, a causa de su independencia de la escala de tiempo, puede describir procesos que ocurrieron hace muchos siglos tan bien como los detallados en los periódicos de esta semana. Segundo, su organización de los factores de control y de la conducta proporciona un nexo entre los datos cuantitativos (el coste de la guerra, digamos, o los resultados de un sondeo de la opinión) y los cambios cualitativos en la conducta —los que tienen mayor probabilidad de dejar perplejo a un historiador o de pillar a un político desprevenido. Tercero, a causa de su distinción entre cambio continuo y discontinuo, ofrece una visión que combina la *evolución* política, los procesos más o menos continuos que llamamos «tendencias», con la *revolución* política (literal o figurada), los sucesos más o menos discontinuos que separan un periodo de desarrollo político del siguiente. Las aplicaciones de la teoría de catástrofes presentadas en este capítulo tratan de la historia de Roma; de las causas cuantitativas y los efectos cualitativos actualmente implicados en la opinión pública sobre la política de potencia nuclear y de las evoluciones y revoluciones que pueden llevar de la democracia a la dictadura y viceversa.

El imperio romano: desafío y respuesta

Toynbee expresa una de las ideas históricas de mayor influencia en *A Study of History,* donde el curso de las grandes civilizaciones se traza en términos de desafío y respuesta. Una amenaza externa, concluye Toynbee, puede o bien aumentar o bien debilitar la integridad de una civilización. Como consecuencia, esa civilización puede llegar a ejercer el dominio sobre las culturas que la rodean o ser subyugada por ellas.

El aumento del poder romano en los primeros tiempos, por ejemplo, se vio acelerado por los conflictos de Roma con una serie de oponentes: primero con los etruscos y con las ligas formadas por otras ciudades-estado italianas, después con la civilización griega en decadencia y con Cartago. En la Figura 27 pueden verse estas luchas como desviaciones en la línea de *a* a *b*, ninguna de las cuales invirtió la tendencia general de dominación romana al ir sometiéndose un oponente tras otro al gobierno crecientemente centralizado de Roma.

Las Guerras Púnicas, que terminaron con la destrucción de Cartago, llevaron a Roma a la supremacía política en el Mediterráneo a finales del siglo II a. C. Pero esas guerras también contribuyeron a producir cambios que terminarían por destruir la república romana. En palabras del historiador W. H. McNeill.

> Años de campañas interminables arrancaron a muchos soldados campesinos de las tierras de sus antepasados; y un proletariado urbano ocioso, que posteriormente jugó un importante papel político, empezó a llegar a Roma. Al mismo tiempo, los senadores y los campesinos que recaudaban los impuestos provinciales se enriquecieron en un grado que sobrepasaba todo precedente romano.

La mano de obra esclava se hizo cada vez más corriente al sustituir las grandes plantaciones a las viejas haciendas y la productividad agrícola decayó. La competencia de las nuevas manufacturas, principalmente en Galia se agudizó especialmente a partir del año 50 a. C. El coste de las importaciones de Italia tenía que compensarse con metales preciosos, ganados en su mayor parte como consecuencia del pillaje durante las conquistas romanas. Cuando eso no era suficiente, se imponía a los grandes terratenientes un impuesto para pagar a los ejércitos y el poder económico y político de aquéllos se transfirió a los emperadores. Augusto terminó efectivamente con la república romana en la última generación antes de Cristo. Aunque las fronteras del Imperio Romano continuaban ensanchándose, la integridad de la civilización romana estaba en decadencia. Las religiones orientales, como el cristianismo, ganaron popularidad, mientras que las legiones dejaron de ser fieles a Roma como ideal político y se convirtieron en instrumentos de generales ambiciosos que aspiraban al título de emperadores.

Roma era todavía capaz de enfrentarse a desafíos externos a corto plazo. Mantuvo a raya a los gobernantes sasánidas de Persia, por ejemplo, durante los siglos III y IV de nuestra era. Pero para hacerlo comprometió la integridad del imperio al conceder a los estados clientes orientales mayor independencia y libertad de acción, creando en efecto una zona de amortiguación entre las potencias romana y persa. Este proceso se ilustra en la Figura 27 como el curso *b-c-d.* A largo plazo, sin embargo, la decadencia hizo inevitable la catástrofe. La caída de Roma sobrevino cuando los pueblos que habían sido súbditos de Roma se revolvieron contra sus antiguos dominadores. Fue precipitada por un cambio en la técnica militar, el desarrollo de la caballería acorazada aplastó a la infantería romana y a su caballería ligera. Los nuevos conquistadores eran el producto de los suelos ricos y bien regados de más allá de la franja mediterránea, donde podía conseguirse abundante pasto. La agricultura romana, descuidada desde hacía tiempo, no podía sustentar a una población urbana crecida y a la caballería necesaria. Los hunos sacudieron el Imperio y los invasores visigodos y germánicos le hicieron desplomarse *(d-e-f).*

El poder centralizado sobrevivió en el Mediterráneo oriental, donde Constantinopla (Bizancio) resistió a los invasores tras sus murallas y sus floras durante un milenio.

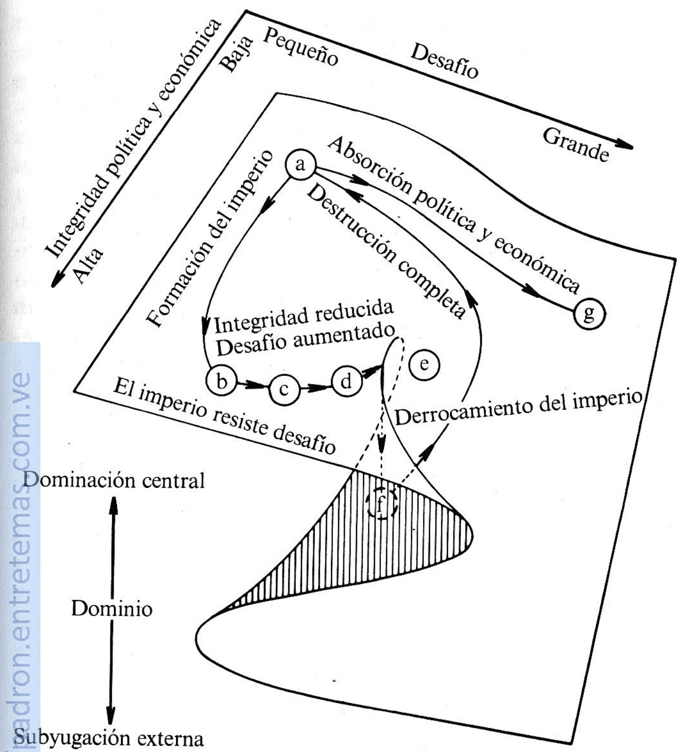


Figura 27. Surgimiento y caída del Imperio Romano.

Pero la parte occidental del Imperio fue totalmente destruida *(f-a),* para ser sustituida por estados transitorios, pequeños, bajo jefecillos visigodos o francos. La Península Ibérica, por ejemplo, fue una conquista fácil para el poder musulmán en expansión al principio del siglo VIII *(a-g).*

Participación política y control

En los tiempos modernos hemos experimentado revoluciones y guerras civiles tan destructibles y repentinas como cualquier conflicto entre imperios rivales. La guera civil que siguió a la Revolución Rusa, por ejemplo, costó más vidas humanas que las campañas rusas durante la Primera Guerra Mundial; y la subida al poder de Hitler trajo cambios más rápidos y más radicales en Alemania que los que tuvieron lugar al final del Segundo Reich en 1919. La teoría de catástrofes puede ayudarnos a ver cómo interactúan los factores políticos para producir tales sucesos.

Para el modelo de los cambios en la actividad política podemos usar como factores de control el grado de participación popular y el grado de control político central (Figura 28). Donde el control central no es abrumador, un cambio en el nivel de participación popular no produce revueltas políticas *(a-c):* en efecto, muchos partidos políticos pueden coexistir, compartiendo el poder en coaliciones que atraen a un mayor público.

Una evolución política gradual, con un aumento del control central, puede llevar o bien de una oligarquía a una dictadura *(c-b)* o de una democracia a una «dictadura del proletariado» *(a-e)*. Pero si el control central es ya grande, es probable que un aumento o una disminución pronunciada de la participación popular provoque una revolución *(b-d-e-* o *e-f-b)*. Si la participación popular aumenta y después disminuye, una tendencia democrática puede ir seguida de una contrarrevolución. Este fue el caso, por ejemplo, de Checoslovaquia en 1968, cuando la «Primavera de Praga» del gobierno de Dubcek se terminó con la intervención rusa que reestableció un fuerte control y suprimió la participación popular *(b-a-e-f)*. En India, la breve cuasi-dictadura de Indira Gandhi reflejó una desilusión popular con la democracia, permitiendo que una gobernante electa asumiera poderes concentrados *(a-b)*, y fue seguida de un movimiento de la oposición que tuvo éxito y de una sorprendente elección en 1977 *(b-a)*. Esta tansición no violenta puede ocurrir en condiciones de control moderado, donde la superficie de catástrofe está doblada sobre sí misma, pero las transiciones no son de suficiente magnitud como para ser revolucionarias. Aquí es donde esperaríamos encontrar los cambios marcados pero pacíficos que pueden ocurrir en sistemas bipartidistas. Tradicionalmente, un partido se identifica con la estructura de poder del *establishment*,

mientras que el otro es el defensor «del pueblo». Los tiempos prósperos, cuando la tarta política es suficientemente grande como para satisfacer a todos, son favorables al *establishment* porque la participación popular decae con sentimientos como «nunca nos fue tan bien» o «no sacudamos la barca». Los tiempos difíciles, por otro lado, llevan a la gente a adoptar posturas políticas más militantes, y el lema dominante es «ha llegado el momento del cambio».

Curiosamente, la superposición en esta región aparece en momentos en que el partido ostensiblemente conservador se opone a la ampliación del poder del gobierno cen-

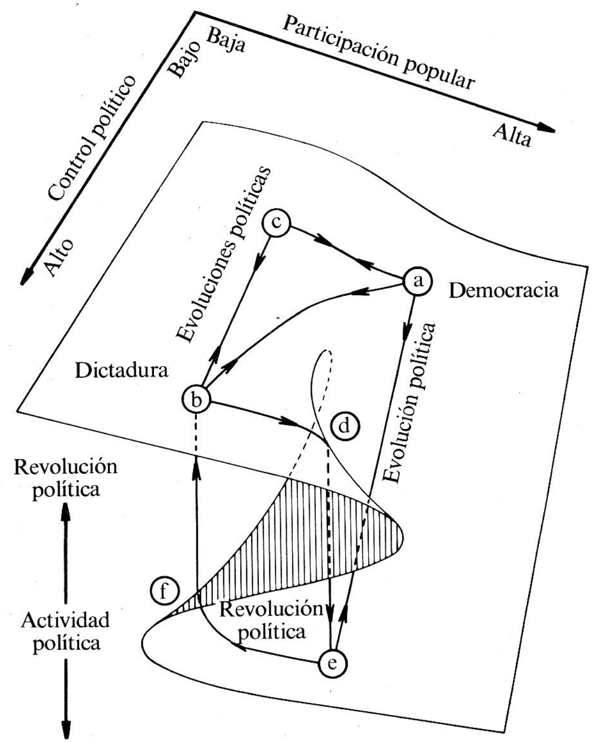


Figura 28. Evolución y revolución políticas.

tral, o el partido ostensiblemente liberal defiende amplios poderes reguladores para departamentos gubernamentales centralizados. Un ejemplo de esta aparente paradoja ocurrió no hace mucho en Gran Bretaña, donde los Conservadores del Primer Ministro Heath adoptaron medidas crecientemente socialistas, mientras el Partido Laborista de Harold Wilson en la oposición, socialista en teoría, se hizo más conservador. Durante un tiempo fue un tópico comentar que los conservadores eran más socialistas que los propios socialistas.

Los rasgos cualitativos de este modelo sugieren curiosas especulaciones. Un gobierno democrático, por ejemplo, podría «seguir la pista» de su posición relativa en la superficie de catástrofe por medio de sondeos de opinión y de otros métodos de medición, manteniendo el poder a través de la manipulación de los sucesos para evitar la línea de pliegue de la superficie. Una organización revolucionaria, por otro lado, intenta mover la sociedad hacia la transición discontinua que propugna. Así, puede considerarse que las «guerillas urbanas» de hoy y los terroristas tratan de provocar un mayor nivel de control político con sus bombas y secuestros, moviendo el punto que representa la sociedad al punto de inestabilidad potencial. En los sucesos que llevaron a la Revolución Rusa, se dice que Lenin estaba muy preocupado con encontrar el momento oportuno para que sus bolcheviques dieran los pasos necesarios para obtener el poder político. En las circunstancias oportunas, argüía, sólo un ligero empujón sería necesario para producir la transición que en otro momento exigiría un esfuerzo mucho mayor. La relativa facilidad con la que los bolcheviques desplazaron al supuestamente democrático Kerensky, siete meses después de que la fase inicial de la revolución hubiera derrocado al Zar, indica que Lenin estuvo muy acertado en su juicio sobre cuándo dar ese empujón.

Cuestiones e intereses: grupos de presión en conflicto

Al conflicto entre dos grupos de presión organizadores con objetivos opuestos puede aplicársele el modelo de la Figura 29. Desde mediados de los años 50 hasta el comienzo de los 70, una combinación de iniciativas privadas y de fomento por parte de la Atomic Energy Commission (que actuó en efecto como un «grupo de presión interno» en favor de la energía atómica) llevó a la construcción de una serie de centrales nucleares *(a)*. La aparición del movimiento de defensa del medio ambiente y la formación de un grupo de presión «ecologista», han llevado a la presente dilación *(a-b)*. Como lo sugieren las discusiones actuales, los Estados Unidos están en un momento decisivo. El aumento de los precios del petróleo y el deseo de tener cantidades, siempre en aumento, de energía son presiones que favorecen la construcción de muchas más centrales nucleares en la próxima generación *(a-b)*, mientras que los temores a daños irreparables en el medio ambiente operan en la dirección opuesta. Los proponentes de cada lado creen que el otro lado acabará viendo la luz. Los defensores de la energía nuclear afirman que una escasez real de los otros combustibles debe tener más peso en último término que los argumentos ecologistas y un programa de choque de construcción se hará necesario *(c-g-h)*. Los portavoces del grupo ecologista prevén que el aumento del número de centrales nucleares precipitará inevitablemente la ocurrencia de un desastre nuclear y de la correspondiente reacción *(d-e-f)*.

La Figura 30, que cambia el modelo de cúspide a mariposa, ofrece una visión alternativa que muestra cómo podría llegarse a un compromiso. Un cambio en favor de tal compromiso es la absorción de la Atomic Energy Commission por la recientemente establecida Energy Research and Development Agency [Agencia para la Investigación y el Desarrollo de la Energía] y por el Department of Energy [Ministerio de Energía]. El objetivo declarado de este cambio era establecer una evaluación nacional de la totalidad

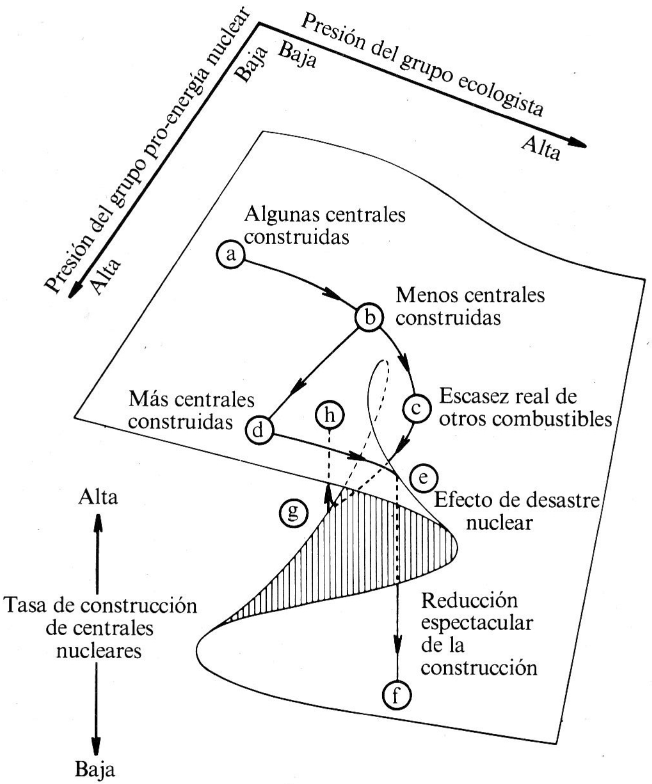


Figura 29. Grupos de presión en conflicto: ecología contra energía nuclear.

de las necesidades energéticas e integrar los planes del gobierno para satisfacer dichas necesidades. Casi al mismo tiempo, la creación de la Environmental Protection Administration [Dirección para la Protección del Medio Ambiente] ha dado lugar a un «grupo de presión interno» en favor de medidas ecológicamente correctas. Aunque la armonía perfecta entre agencias gubernamentales es, sin duda, imposible, ahora no tienen más remedio que tratar

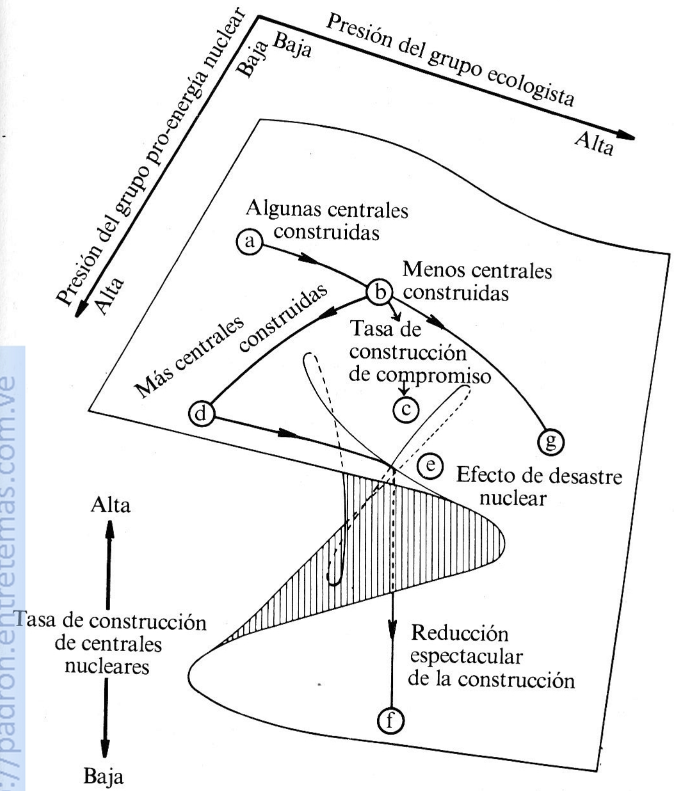


Figura 30. La emergencia de un compromiso.

una con otra a diario, lo que parece ofrecer una mejor oportunidad de compromiso que los enfretamientos periódicos entre grupos ecologistas y partidarios de la energía fuera del gobierno.

Otro factor de cambio que puede contribuir a fomentar el compromiso es el creciente énfasis en otras fuentes de energía diferentes de la nuclear o del petróleo importado. Si las extensas reservas de carbón de los Estados Unidos pueden ser explotadas de una forma ecológicamente aceptable, o si la generación de energía solar llegara a ser más atractiva económicamente a través de una tecnología perfeccionada, disminuiría la prisa por construir centrales nucleares y sus defensores podrían concentrarse en las situaciones en las que es claramente superior a las otras alternativas.

Ninguno de esos importantes cambios era visible al principio de esta década, pero juntos pueden ahorrarnos la difícil elección entre muchas centrales nucleares o ninguna en absoluto. Su influencia abre el curso de compromiso *b-c* en la Figura 30. Decimos a menudo que un acontecimiento inesperado «añade una nueva dimensión» a una situación política; en este modelo basado en la teoría de catástrofes, esa metáfora se hace literalmente cierta. Al cambiar de la cúspide a la mariposa, tenemos en cuenta factores adicionales que crean la posibilidad de un compromiso: la lámina intermedia de la superficie de conducta de la mariposa. Esto podría ser lo que los mediadores llaman «terreno común», una región en la que los grupos con intereses contrapuestos y en conflicto pueden (aunque sea a regañadientes) llegar a un consenso.

* * *

La aplicación de la teoría de catástrofes a la ciencia política ha sido atacada por Sussmann y Zahler basándose en argumentos similares a los que usan para criticar las aplicaciones a las otras ciencias sociales. Por ejemplo, afirman que de la misma manera que Zeeman postula falsamente una gama continua de conducta agresiva en su modelo del perro, Carlos Isnard y él mismo postulan falsamente una gama continua de actividad militar en su modelo sobre la opinión pública (que pone en relación el coste percibido y la amenaza de guerra como factores de control). El modelo de Zeeman e Isnard sugiere que al aumentar el coste de la guerra, la opinión pública se divide cada vez más entre «halcones» y «palomas». Los críticos arguyen que ir a la guerra es una decisión inherentemente discontinua, y que no hay evidencia de que un aumento del coste actúe como influencia decisiva sobre la opinión pública.

Robert T. Holt, profesor de ciencia política en la Universidad de Minnessota, ha expresado un punto de vista diferente: «Los artículos de Zeeman son pistas, no pruebas», dice, «y deberíamos usarlos con ese espíritu». Holt sugiere que el estallido de la Primera Guerra Mundial, que ocurrió tras un largo periodo de tensión internacional, alianzas cambiantes e «incidentes» amenazadores en los Balkanes, podría representarse de forma útil como una catástrofe. La terminación de la guerra, producida por los avances simultáneos de los Aliados y la revolución política dentro de Alemania, fue también un cambio discontinuo que tuvo lugar después de que más de cuatro años de esfuerzo sostenido por ambas partes no hubieran alterado apenas las líneas del Frente Occidental.

El propio Thom es al mismo tiempo especulativo y cauteloso en las pocas ocasiones en que aplica su teoría a los asuntos políticos. «Es tentador ver la historia de las naciones como una serie de catástrofes», escribió en *Stabilité structurelle et morphogènese;*

> ...¡Qué mejor ejemplo hay en una catástrofe generalizada que el de la desintegración de un gran imperio como el de Alejandro! Pero en un tema como el de la propia humanidad, uno no puede ver más que la superficie de las cosas. Heráclito dijo: «No podrías descubrir los límites del alma aunque para ello viajaras por todos los caminos; tal es la profundidad de su forma.»

CAPÍTULO 9

Aplicaciones en psicología

> Tendremos que descubrir los mejores métodos... de formalizar lo informalizable. Para esta tarea, el cerebro humano con su antigua herencia biológica, sus inteligentes aproximaciones, su sutil sensibilidad estética, sigue y seguirá siendo irreemplazable en los siglos venideros.
>
> RENÉ THOM

El cerebro humano contiene unos diez mil millones de células, cada una con unas cien mil conexiones con otras células. Es imposible que obtengamos un análisis cuantitativo completo de este sistema, del mismo modo que no podemos obtener un análisis cuantitativo completo de los mecanismos mucho más simples del sistema solar. En ambos casos, el resultado es una enorme colección de ecuaciones que no pueden resolverse en un tiempo finito. Por tanto, ninguna teoría psicológica útil puede ser puramente cuantitativa.

La psicología ha tomado prestadas muchas ideas de la ciencia física, como lo muestra su uso de las palabras «tensión» y «equilibrio». (Tal vez fuese más exacto decir que la psicología ha recuperado las ideas, puesto que muchos historiadores de la ciencia creen que los conceptos de la mecánica, por ejemplo, surgieron a partir de nuestra experiencia de la fuerza y la resistencia musculares.) La mayoría de las teorías psicológicas usan también, explícita o implícitamente, la idea de potencial cuando postulan (como hizo Freud) que nuestros pensamientos y nuestras acciones están determinadas por los instintos que buscan un equilibrio en nuestros «máximos» de satisfacción y nuestros «mínimos» de molestia, o cuando postulan (como Pavlov y los conductistas), que los umbrales de respuesta a los diversos estímulos pueden elevarse o rebajarse por medio del condicionamiento. En realidad, gran parte de la psicología consiste en el estudio descriptivo y cualitativo del equilibrio psicológico y de los estímulos que lo alteran. Ciertamente, el equilibrio psicológico es dinámico más que estático, porque ni las presiones instintivas ni las formas de los estímulos externos ni los potenciales eléctricos y químicos de las células del cerebro están en reposo mientras vivimos. Así, si la potencia descriptiva y cualitativa de la teoría de catástrofes se aplica a la psicología, deberemos considerar los puntos de la superficie de la catástrofe no como estados psicológicos fijos, sino como los centros de «atractores» alrededor de los cuales tiende a girar la conducta del cerebro. Decimos de una persona perturbada mentalmente que está desequilibrada, pero es obvio que una perturbación prolongada representa su propio tipo de equilibrio, un equilibrio cualitativamente diferente del que llamamos normal o sano. Los ejemplos de aplicaciones en este capítulo —en condicionamiento y conducta, en psicología clínica y en percepción— tratan de mostrar cómo la clasificación de la teoría de catástrofes de los estados estables y sus cambios cualitativos supone un instrumento conceptual prometedor para la psicología.

DESVALIMIENTO ADQUIRIDO

El psicólogo Martin E. Seligman ha sugerido que la depresión, la sensación prolongada de «incapacidad de salir adelante», es el resultado de un proceso de aprendizaje o condicionamiento. Llama a la depresión un «estado de desvalimiento adquirido» que reduce nuestra capacidad de responder a la tensión psicológica. En un experimento que cita, se dividió a los perros en dos grupos: experimental y de control. Los perros del primer grupo fueron sometidos a sacudidas eléctricas mientras se les sujetaba para que no pudieran escapar. Ambos grupos estaban siendo examinados en una caja con dos compartimentos, uno de los cuales tenía cables para producir la sacudida. Diez segundos antes de la sacudida se apagaban un poco las luces. Tras repetidas pruebas, los perros del grupo de control aprendieron bastante pronto a marcharse al otro compartimento en cuanto se apagaban las luces. Los perros pre-tratados, sin embargo, corrían típicamente por el compartimento y finalmente se tumbaban y aceptaban pasivamente la sacudida sin intentar escapar. Seligman hace notar que también eran pasivos y no respondían en otras situaciones.

El desvalimiento adquirido, afirma, ha sido observado en muchas especies, incluido el hombre. En un estudio efectuado en 1972 por Glass y Singer, se pidió a sujetos humanos que realizaran una tarea compleja. Si un ruido fuerte y repetido interrumpía su concentración, abandonaban la tarea. Pero cuando podían controlar el ruido por medio de sus acciones, aunque continuara interrumpiéndoles y tuvieran que pararse a apagarlo cada vez, su habilidad y constancia en la tarea mejoraban mucho.

En situaciones como ésta, la respuesta de evitación —la acción que se realiza para contrarrestar el estímulo molesto— constituye un cambio cualitativo en la conducta cuyo umbral varía dependiendo de la intensidad del estímulo y de la experiencia pasada del sujeto. Para los perros, la respuesta era saltar literalmente la pequeña barrera que dividía los dos compartimentos de la caja; para los humanos, era la decisión de interrumpir el trabajo y bajar el ruido. La Figura 31 muestra esta respuesta como una transición discontinua en la superficie de una catástrofe en cúspide, con la intensidad del estímulo como uno de los factores de control y el sentido adquirido de control sobre el estímulo como el otro. La respuesta del grupo de perros «espontáneo» o de control aparece a lo largo del curso *a-b-c*. El grupo condicionado, cuyo sentido del control ha sido disminuido, muestra una respuesta reducida *(d-e-f)* o, si el con-

dicionamiento es suficientemente fuerte, una apática falta de respuesta *(g-h)*. Este condicionamiento es reversible: cuando los perros apáticos fueron obligados a saltar al compartimento seguro, empezaron a comportarse cada vez más como si no les hubieran condicionado. Los sujetos humanos que podían bajar el ruido adquirieron una mayor sensación de control y fueron capaces de tolerar un sonido más alto antes de responder *(i-j-k)*.

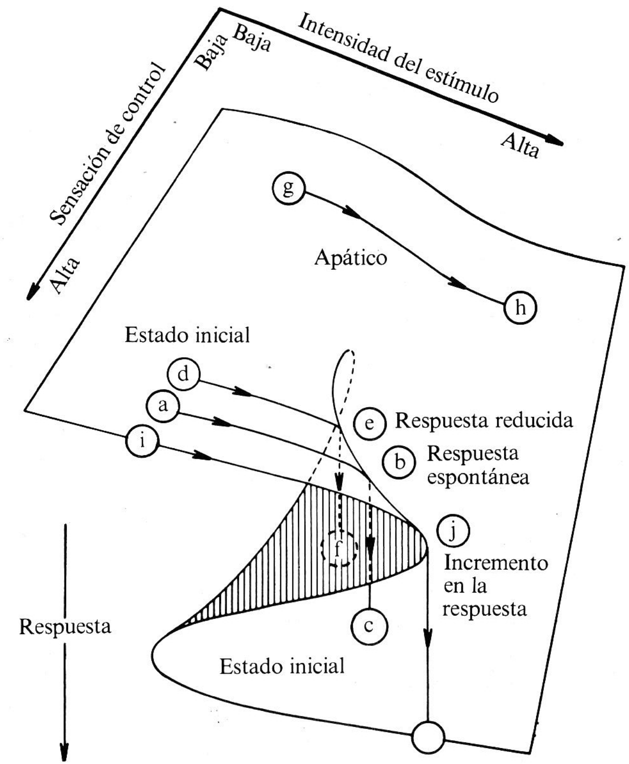


Figura 31. Desvalimiento adquirido y respuesta condicionada.

Los críticos de la teoría aplicada de catástrofes sostienen a veces que no hace nada que no pueda hacer un simple modelo de umbrales para los mismos fenómenos. Pero como lo muestra este modelo, es engañoso pensar en un umbral cuantitativo sólo en términos de una variable, porque el nivel del estímulo necesario para provocar una respuesta puede variar con algún otro factor. Una vez más, al exponer los modos estructuralmente estables en los que pueden ocurrir esta variación, la teoría de catástrofes añade una nueva dimensión a nuestra visión de las pautas de conducta.

ESQUIZOFRENIA REACTIVA Y ESQUIZOFRENIA PROGRESIVA

La víctima de esquizofrenia presenta un gran deterioro en sus procesos de pensamiento y sufre con frecuencia delusiones aterradoras, aunque (a diferencia del paciente psicótico) normalmente retiene la orientación de su identidad personal, lugar y tiempo. Hay fuerte evidencia de que la bioquímica del cerebro juega un papel importante en la esquizofrenia. Esta evidencia proviene de estudios recientes sobre los neurotransmisores que llevan los impulsos nerviosos a través de las diminutas brechas que separan las células nerviosas. Antes incluso de que empezaran a conocerse los detalles de la acción del neurotransmisor, se había obtenido una importante clave por medio de los estudios de gemelos idénticos: si uno de los gemelos se vuelve esquizofrénico, el otro tiene una probabilidad del 50 por 100 de llegar a serlo también, mientras que en los gemelos no idénticos y los hermanos normales esa probabilidad es sólo del 10 por 100. Es generalmente admitido que muchos o todos los casos de esquizofrenia implican una predisposición genética a la enfermedad, presumiblemente debida a una alteración en la química del cerebro.

Dos amplias categorías de esquizofrenia son el tipo *reactivo,* que aparece en respuesta a una tensión determinada o a un suceso traumático en la vida adulta, y el tipo *progresivo*, en el cual la anormalidad mental empieza pronto en la vida y va haciéndose progresivamente más severa.

En la esquizofrenia reactiva, el comienzo de la enfermedad aparece con lo que un autor ha llamado un *big bang**, y un episodio esquizofrénico puede terminar tan repentinamente como empieza. Los esquizofrénicos progresivos, por el contrario, empiezan a rehuir el contacto y la integración social al final de la infancia, a menudo desarrollan delusiones en la adolescencia y es mucho más probable que queden permanentemente disminuidos por la enfermedad. Existen también casos mixtos o «fronterizos» en los que la víctima, cuando está sometida a una tensión, experimenta una ligera confusión y un impedimento para el pensamiento, pero no necesariamente una conducta esquizofrénica clara.

Una forma de explicar la diferencia entre esos tipos de esquizofrenia es distinguir determinadas tensiones de la vida adulta de lo que se llama tensión de la historia vital, el efecto psicológico acumulado de muchas influencias externas. Una de dichas influencias podría ser el conjunto de condiciones del desarrollo antes del nacimiento: la misma investigación que descubrió el factor genético en la esquizofrenia mostró que de dos gemelos idénticos, el de menor tamaño es más propenso a desarrollar la enfermedad. El poco peso en el nacimiento puede reflejar anoxia fetal o anormalidades en la placenta que podría afectar el desarrollo del cerebro y la química neural. Otra influencia en la tensión vital podría ser una tirantez familiar durante la infancia, que hubiera dado lugar a los traumas emocionales de la teoría analítica de Freud.

La Figura 32 muestra un modelo de esquizofrenia reactiva con la predisposición genética y la tensión como factores de control. Indica que una persona sin una fuerte predisposición genética, aunque esté afectada por la tensión hasta cierto punto, no experimentará el cambio discontinuo a un estado mental esquizofrénico y volverá a la normalidad cuando la tensión se alivie *(a-b-a)*. Cuando haya una elevada predisposición genética, sin embargo, las transiciones provocadas por la tensión y la relajación se vuelven drásticas *(c-d-e-* y *e-f-c)*. Aunque las valoraciones cuan-

* «Gran estallido». Hace alusión al estallido inicial que dio origen al universo según una de las teorías científicas sobre la cuestión. *[N. de la T.]*

titativas de la tensión son difíciles, la sugerencia de conducta de histéresis en este modelo concuerda con la experiencia clínica de esquizofrénicos reactivos cuya ocupación o vida familiar están cargados de una tensión incesante. Se encuentran cogidos en un círculo vicioso cuando la reducida tensión del hospital les lleva a la vuelta a la normalidad y se les manda a casa, sólo para volver a encontrarse otra vez con las mismas presiones.

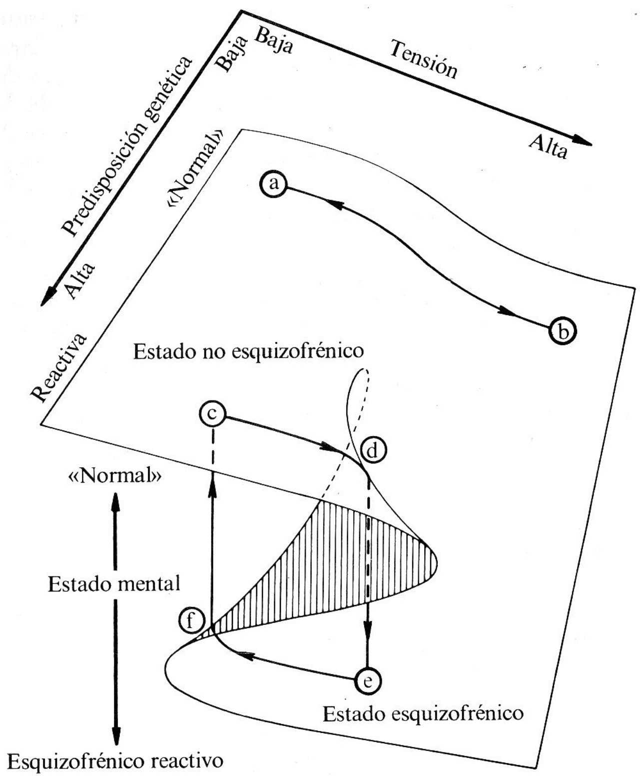


Figura 32. Esquizofrenia reactiva.

Para un modelo de la esquizofrenia progresiva son necesarios factores de control adicionales: las fuentes de la tensión de la historia vital del enfermo. La Figura 33 utiliza la superficie de catástrofe en mariposa, empleando los mismos factores de control y dos más: las tensiones prenatales y de la infancia. Para algunos valores de la tensión de la historia vital, la superficie de conducta es cualitativamente idéntica a la superficie de catastrófre en cúspide: la respuesta normal a la tensión *(a-b)* y la del esquizofrénico reactivo *(i-j-k)* son posibles. Pero a niveles más elevados de tensión vital, la superficie se pliega en la «bolsa» de la mariposa de tres capas, de modo que la conducta intermedia, «fronteriza» se hace posible. El lento desarrollo de la esquizofrenia progresiva, en este modelo, corresponde a la expansión gradual de la bolsa hasta que se traga el punto *c*. En este caso la víctima está siempre en un estado mental anormal, incluso en ausencia de una tensión determinada, y la hospitalización produce poca mejora o ninguna.

Estos modelos sugieren una interpretación coherente de varias estrategias posibles en el tratamiento de la esquizofrenia. A corto plazo, nada puede hacerse respecto a una predisposición genética a la enfermedad, de modo que las únicas alternativas son reducir la tensión ambiental o limar su impacto mediante el uso de medicamentos tales como la clorpromazina. A largo plazo, al ir aprendiendo más sobre la genética y la bioquímica de la esquizofrenia, puede llegar a ser posible reducir el nivel de predisposición en la población en general por medio de un asesoramiento genético, o compensar sus efectos por medio de nuevas formas de quimioterapia. La tensión vital puede reducirse también mediante mejoras en los cuidados prenatales y por medio de psicoterapia para aliviar las tensiones generadas en la infancia. Los modelos de la teoría de catástrofes, al mostrar cualitativamente el intercambio entre los diferentes factores que contribuyen a la esquizofrenia, puede proporcionar nuevas directrices a la planificación familiar y social.

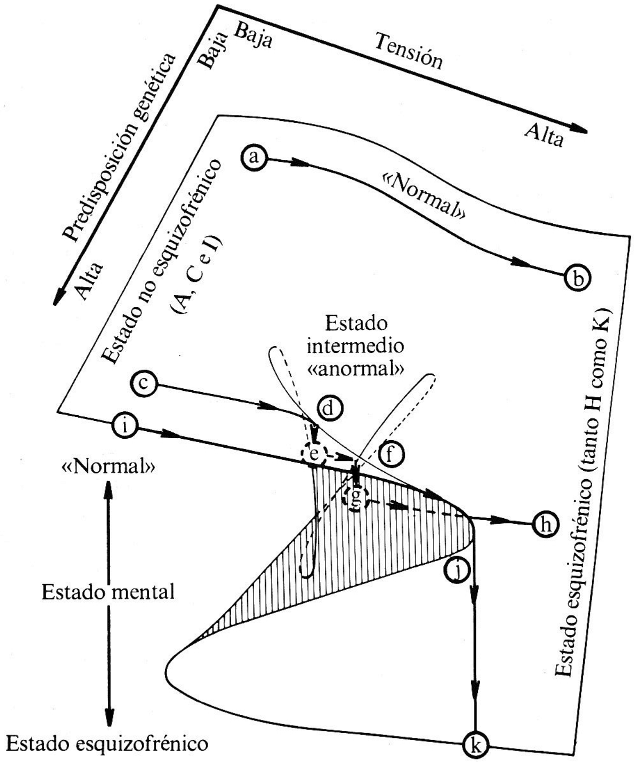


Figura 33. Un modelo más complejo que usa el gráfico de la catástrofe en mariposa para ilustrar tanto la esquizofrenia reactiva como la progresiva.

ANOREXIA NERVIOSA

Una combinación similar de las catástrofes en cúspide y en mariposa ha sido aplicada por Zeeman a la anorexia nerviosa y a su tratamiento. Este desorden psicológico está marcado por un ayuno compulsivo (que puede llegar al punto de inanición y muerte), y es común sobre todo entre las

adolescentes y las mujeres jóvenes. Frecuentemente la paciente anoréxica empieza por hacer regímenes muy severos y progresa a una fase de alternancia entre ayuno y voracidad, en el que pierde la noción de los impulsos normales del hombre y su satisfacción. Esta conducta bimodal sugiere la catástrofe en cúspide y la histéresis, que Zeeman trazó con el comer como eje de conducta y el hambre y la anormalidad progresiva del apetito como los factores de control. Un psicoterapeuta británico. J. Hevesi, colaboró con Zeeman en la concepción del modelo del tratamiento de Hevesi para la anorexia nerviosa, con el que obtiene unos resultados inusualmente buenos. La terapia incluye repetidas sesiones de trance hipnótico, durante el cual se tranquiliza a la paciente. El modelo de catástrofe en mariposa introduce dos factores nuevos: la somnolencia, que debilita la preocupación obsesiva de la paciente por resistir al hambre o ceder a su satisfacción, y la tranquilización de la paciente, que fortalece su confianza en sí misma. Los cambios en esos factores de control adicionales producen la creación de la bolsa intermedia de la superficie de catástrofe en mariposa, correspondiente al estado de trance y su expansión hasta que se abre en la superficie correspondiente a la conducta normal (ni ayuno ni voracidad). «Una de las virtudes del modelo de la teoría de catástrofes para la anorexia», cree Zeeman, «es que explica la descripción que la paciente da de sí misma. Los aparentemente incomprensibles términos en los que algunas anoréxicas describen su enfermedad resultan bastante lógicos cuando se ven en el marco de las superficies de catástrofes».

PSICOACÚSTICA

Una de las ramas cuantitativas más desarrolladas de la psicología es la psicoacústica, que relaciona la intensidad mensurable de los estímulos sensoriales con nuestra capacidad de detectarlos y discriminar entre ellos. La psicoacústica, que combina la física de las ondas sonoras con la psicología de la audición, revela, por ejemplo, que la capacidad de decir cuál de dos sonidos es más agudo varía con la frecuencia: podemos hacer distinciones más finas cerca del centro de la gama de sonidos audibles de lo que podemos cerca de los límites superior e inferior. Por alguna razón, mientras que las ilusiones ópticas han tenido siempre un papel importante en las teorías de la visión, las ilusiones acústicas sólo han atraído recientemente una atención comparable por parte de los estudiosos de la psico-acústica. Una ilusión acústica de la que informa Víctor Hill, un matemático que también da conciertos de clavicordio, nos proporciona un ejemplo de discontinuidad en la percepción que podría ser abordado por medio de la teoría de catástrofes.

Hill tiene oído absoluto, la rara capacidad de reconocer una nota y cantar exactamente una nota prescrita. Esta capacidad se extiende también a grupos de notas: puede nombrar los tonos en un acorde de seis o diez notas tocado en el piano. Hill cree que esta capacidad consiste en una memoria tonal aguda que funciona de manera análoga a la discriminación de los colores. Tanto el oído absoluto como las convenciones de la composición y la actuación musicales están relacionadas con la frencuencia del sonido físico. Como señala Hill, la frecuencia patrón de referencia hoy es 440 Hz (ciclos por segundo) equivalente al *la* bajo el *do* medio. A principios del siglo XVIII, sin embargo, el *la* equivalía a una frecuencia patrón de unos 415 Hz, un tono (o medio intervalo) más bajo. Algunos clavicordios, como el de Hill, permiten al músico cambiar el teclado de tal forma que las composiciones antiguas pueden tocarse tal como lo querían sus compositores.

Hill cuenta que cuando toca su clavicordio puesto en el patrón más bajo, oye 415 Hz como la, pero cuando toca un piano normal, oye 440 Hz como *la*. Si alguna otra persona toca una composición que Hill conoce bien, en el clavicordio, Hill oye 415 como *la*, pero si desconoce la composición, oye la misma frecuencia como *la* bemol, aunque sepa que el teclado está transportado a otra llave. «Más curioso todavía», dice, «ocurrió que un antiguo alumno empezó a tocar una sonata de Scarlatti en *fa* menor en mi clavicordio cuando estaba puesto en la 415 Hz. Al principio yo oía la sonata en *mi* menor, pero en el momento en que la reconocí, tuve la sensación de que se producía un cambio y empecé a oírla en *fa* menor.

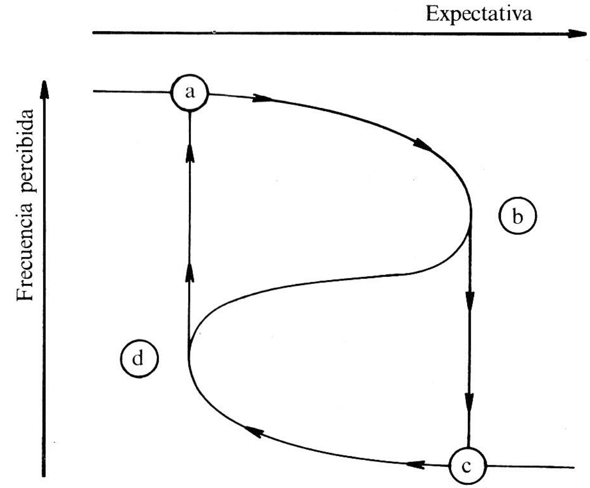


Figura 34. Percepción y expectativa: una ilusión acústica.

La Figura 34 ilustra la experiencia de Hill de una percepción discontinua como una transición determinada por su expectativa. Como cualquier músico de hoy, se ha formado con teclados puestos en la frecuencia patrón, pero su conocimiento de su propio instrumento altera lo que *espera* oír. Los momentos en los que ocurren las transiciones *(b-c)* y*(d-a)* dependen de si conoce o no la composición. La curva en la Figura 34 podría ser un corte transversal de la superficie de cúspide, lo que podría esperarse si esta ilusión acústica estuviera controlada sólo por dos factores, pero serían necesarios experimentos sistemáticos para verificarlo. La curva podría resultar ser parte, en cambio, de una catástrofe de mayor dimensionalidad, con una variedad mayor de transiciones suaves y discontinuas, y en ese caso podría muy bien llevar al descubrimiento de nuevos fenómenos auditivos.

* * *

Todos hemos tenido la experiencia de que la solución de un problema molesto nos saltase a la mente o la de olvidar un nombre que teníamos en la punta de la lengua momentos antes. También esos cambios repentinos pueden representarse en una superficie de catástrofe donde los procesos mentales más usuales, de «paso a paso», siguen cursos suaves. Por el momento, aunque estamos aprendiendo mucho sobre los mecanismos neurales y bioquímicos del cerebro, sólo podemos especular sobre cómo se coordinan en las actividades mentales de gran escala, tales como la percepción y la memoria. La ventaja de la teoría de catástrofes para propósitos descriptivos es que al concentrarse en los factores de control y la conducta resultante, nos permite pasar por encima de la detallada complejidad de los mecanismos.

La teoría de catástrofes es quizá más compatible en espíritu con la psicología gestáltica que con las otras, porque se centra en la totalidad y la estabilidad de los procesos mentales, en nuestra capacidad de reconocer un objeto cuando lo vemos desde un ángulo distinto, por ejemplo, de modo que los rasgos cuantitativos que presenta son desconocidos (sus límites forman ángulos diferentes unos con otros, sus superficies parecen tener proporciones diferentes, etc.) La psicología gestáltica intenta abstraer los rasgos cualitativos que hacen que un objeto sea reconociblemente «el mismo» una vez tras otra, y éste es, en efecto, el mismo énfasis en la estabilidad cualitativa que está en los cimientos de la teoría de catástrofes.

CAPÍTULO 10

La forma de la revolución

No sé lo que le pareceré al mundo; pero para mí mismo, me parece que he sido sólo como un niño jugando a la orilla del mar y divirtiéndose de vez en cuando al encontrar una piedra más suave o una concha más hermosa de lo normal, mientras el inmenso océano de la verdad yacía ante mí sin descubrir.

ISAAC NEWTON

La mayor parte de nosotros, la mayor parte del tiempo, no nos arriesgamos. Hablamos brillantemente de los cambios revolucionarios que tienen lugar a nuestro alrededor y deseamos más o menos oscuramente que haya ley y orden. Como niños en las olas, disfrutamos cuando nos revuelcan porque sabemos que podemos volver a la arena. Pero unos cuantos de nosotros, con suficiente visión y curiosidad, jugamos al juego tranquilo del cómo y el cuándo. En lugar de salpicar y gritar, esos pocos buscan pautas en la arena, en el mar y en el cielo y se sientan a pensar. Pero cuando han terminado, es como si una gran ola hubiera roto sobre todos nosotros y hubiera cambiado toda la costa.

Quizá Newton hubiera sido menos modesto si hubiera previsto los cambios que iban a producir sus ideas. Esa capacidad de previsión, sin embargo, es más rara que el genio mismo. En *La estructura de las revoluciones científicas,* la obra moderna más influyente sobre el tema, Thomas S. Kuhn introdujo el concepto del «paradigma» científico, el esquema implícito dentro del cual se exponen las teorías y se llevan a cabo las investigaciones. Tenemos que recortar, nos advierte, «lo limitado que puede ser un paradigma en alcance y aplicación en el momento de su primera aparición». Sin embargo, con el correr del tiempo, determina las cuestiones científicas que se plantean, la manera en la que se buscan las respuestas e incluso las reglas de la evidencia.

La teoría de catástrofe (en particular su concepto esencial de estabilidad estructural) es realmente un paradigma más que una teoría. Ha atraído tanta atención y ha generado tanta discusión porque su alcance y su aplicación parecen ser vitualmente *ilimitados*. Pero tanto depende de la frase «parecen ser» que uno debería distinguir, como lo hace el físico Michael Berry, entre las diferentes formas en que se ha aplicado la teoría hasta el momento. Primero están las verdaderas aplicaciones de la teoría: aquéllas en las que la teoría ha hecho predicciones correctas y llevado a progresos en la comprensión, como ocurre con el trabajo del propio Berry en óptica. En segundo lugar están las ilustraciones: casos en los que la teoría produce de una forma nueva resultados que ya se habían obtenido por los métodos existentes (como comprendieron Thompson y Hunt cuando relacionaron la teoría de catástrofes con su análisis —por medio de la teoría de la bifurcación— de la combadura elástica). En tercer lugar están lo que Berry llama las «invocaciones» a la teoría: aquéllas en las que la identificación del potencial y de los factores de control sigue siendo provisional, de modo que la teoría se emplea «a causa de lo sugerente de sus imágenes con la esperanza de que sus axiomas acaben por resultar aplicables». La tercera categoría incluye casi todos los usos de la teoría de catástrofes en biología hasta el momento, y todos los de las ciencias sociales y la psicología.

Para el propio Thom, las aplicaciones científicas de su teoría son de una importancia secundaria a su belleza y a su capacidad formales, y su carácter científico se apoya en

su «coherencia matemática interna que permite hacer deducciones, que genera nuevas formas a partir de un conjunto de formas, y permite así hacer, en casos favorables, predicciones cualitativas, realizando en general una considerable "reducción de la arbitrariedad" en la descripción». A estas alturas, sin embargo, la teoría se le ha escapado en gran medida a su creador. Aunque Thom la considera un lenguaje, un arte de modelos, una teoría de la analogía, la teoría de catástrofes está siendo contrastada, atacada y defendida en los términos apropiados a una teoría científica. Y, mientras que la mayoría de los observadores, incluso los que condenan las aplicaciones de la teoría, están de acuerdo en que las matemáticas de Thom son elegantes y coherentes, no están de acuerdo en que la teoría tenga carácter científico. Este juicio depende de las respuestas a un conjunto diferente de preguntas:

¿Es correcta la teoría de catástrofes? En sus matemáticas, sí; en la filosofía natural que la inspiró y las aplicaciones científicas que han surgido de ella, la única respuesta posible es que es demasiado pronto para poder decirlo. Hay siempre una probabilidad de error cuando tratamos de capturar cualquier aspecto de la realidad en símbolos matemáticos, y otra probabilidad de error cuando (después de haber estado trabajando con los símbolos) los usamos para generar descripciones o predicciones de la realidad. Pero las matemáticas de Thom son muy generales; los supuestos que se requieren para aplicarlas son pocos y razonables; y las descripciones y predicciones que hacen posibles parecen concordar con mucho de lo que ya sabemos. Es difícil creer, por ejemplo, que el grupo de tipos de conducta asociados con la cúspide —bimodalidad, divergencia, cursos de cambio continuos y discontinuos e histéresis— sean tan a menudo característicos de los mismos procesos naturales puramente por azar.

¿Es útil la teoría? En las aplicaciones rigurosas, sí; en las ilustraciones, a veces; en las «invocaciones», sí y no. *Sí,* porque la teoría de catástrofes proporciona un vocabulario común para rasgos de muchos procesos diferentes. Algún día será tan natural hablar de una «situación cúspide» o de un «compromiso mariposa» como es hoy hablar del «pun-

to de utilidad decreciente» o de un «salto cuántico». *No,* porque cuando se invoca la teoría por lo sugerente de sus imágenes, normalmente no puede decir nada que no supiéramos ya (aunque puede hacer explícitos ciertos rasgos que otros modelos tienden a descuidar). Como dice Thom a propósito de los modelos cualitativos en la sociología, incluso aunque obtuviéramos confirmación experimental, esa confirmación «no sería sorprendente en absoluto, puesto que el modelo está construido precisamente para generar la morfología dada». Por otro lado, la teoría de catástrofes se *hará* útil para la sociología en la medida en que acucie a los sociólogos a plantear nuevas cuestiones —un proceso que ya está comenzando— y en la medida en que sus aplicaciones puedan hacerse rigurosas, incluso cuantitativas —un proceso que tardará cierto tiempo.

¿Es la teoría demasiado ambiciosa? Sí, claro que lo es, como cualquier otra teoría, sea científica, social o filosófica. Como lo expresó Alfred North Whitehead: «No hay verdades absolutas; todas las verdades son semi-verdaderas. Es el intentar tratarlas como verdades absolutas lo que lo echa todo a perder». La teoría de catástrofes es muy nueva todavía e, incuestionablemente, sus promesas son todavía mayores que sus logros sólidos. El «inmenso océano de la verdad» de Newton sigue ahí, sin descubrir; el juzgar el impacto potencial de la teoría de catástrofe hoy es como tratar de calcular el tamaño de una ola que está todavía en el horizonte. Todo lo que podemos decir con seguridad es que esta ola empezó a gran profundidad en el océano y que hasta el momento ha viajado mucho más deprisa que la mayoría y que esos son los atributos de las que llamamos marejadas, las que tarde o temprano nos afectan a todos nosotros.

Quizá, como parecen querer decir los críticos, los matemáticos como Thom y Zeeman no deberían tener tanta confianza en que sus ideas corresponden a la realidad. El propio Zeeman dibuja una fantástica catástrofe en cúspide (Figura 35) para ilustrar la diferencia entre el sentido y el sin sentido en matemáticas. Mientras la mayoría de los matemáticos siguen el curso *a-b,* Thom escogió un curso diferente. Empezó con una idea sumamente especulativa (la de

la estabilidad estructural en la naturaleza), combinó sus propias matemáticas y las de otros, desde Poincaré, para contenerla y luego intentó expresarla con rigor creciente. Zeeman y otros muchos creen que Thom dio el «salto» *(c-d-e)* hace años, y que el resto de nosotros sólo estamos empezando a seguirle.

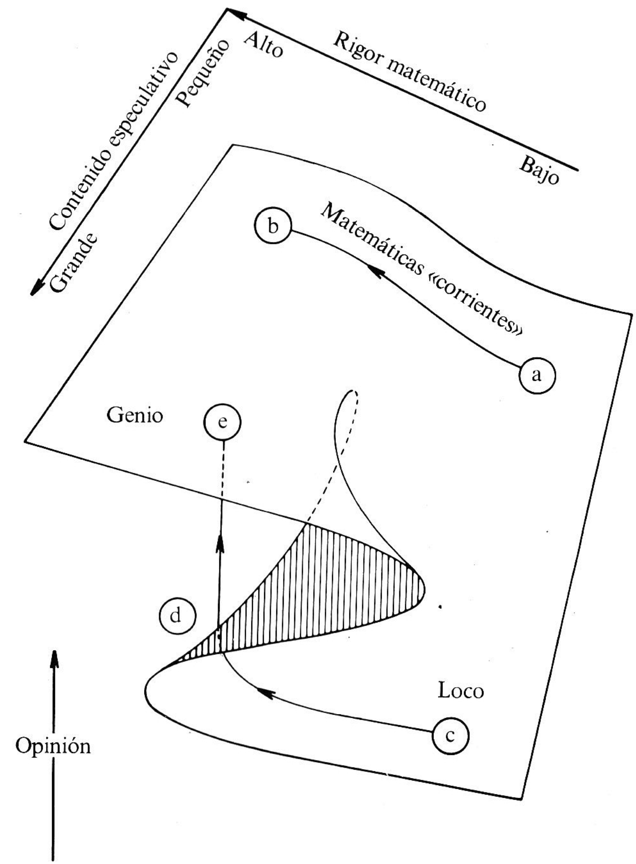


Figura 35. Sentido y sin sentido en matemáticas, ¿dónde está la teoría de catástrofes?

Cualquiera que sea la apariencia de las ideas de Thom, éstas en realidad forman parte de una empresa muy antigua. Se remontan a una era anterior a la de Poincaré; más allá del contemporáneo de Newton, Leibniz, que dijo «como calcula Dios, así se hace el mundo»; más allá incluso de Platón y Pitágoras, que creían que en las abstracciones de los números y la geometría estamos paradójicamente más cerca de la naturaleza de las cosas; a los primeros jónicos de los siglos VI y V a. C. «La antigua idea del Hombre, el microcosmos que refleja el Mundo, el macrocosmos, conserva toda su fuerza», escribe Thom. Para él, la cuestión no es cómo pueden concebir nuestras mentes las formas aplicables al mundo, sino cómo podrían no hacerlo, porque somos en el mundo y del mundo. Las matemáticas, la filosofía y la ciencia occidentales comenzaron, todas ellas, con aquellos inquiridores en las costas de Asia Menor hace más de dos mil quinientos años. Quizá más que ningún otro filósofo vivo hoy, René Thom es su legítimo heredero.

Bibliografía

LIBROS

THOM, R., *Stabilité structurelle et morphogènese,* París, Ediscience, 1972.

THOMPSON, D. W., *On Growth and Form,* Cambridge, Cambridge University Press, 1917.

THOMPSON, J. M. T. y HUNT, G. W., *A General Theory of Elastic Stability,* Londres, Wiley, 1973.

WADDINGTON, C. H., *Organisers and Genes,* Londres, Allen & Unwin, 1940.

— (ed) *Towards o Theoretical Biology,* 4 vols., Edimburgo, Edinburgh University Press, 1968-1972; Chicago, Aldine, 1968-72.

WOODCOCK, A. E. R. y POSTON, T., *A Geometrical Study of the Elementary Catastrophes,* Nueva York, Springer-Verlag, 1974.

ZEEMAN, E. C., *Catastrophe Theory, Selected Paper 1972-1977,* Reading, Benjamin, 1977.

ARTÍCULOS

BERRY, M. V., «Waves as Catastrophes», *Physics Bulletin,* marzo, 1976.

— «Waves and Thom's Theorem», *Advances in Physics,* 25, número 1 (1976).

BERRY, M. V. y NYE, J. F., «Fine Structure in Caustic Junctions», *Nature,* 5 de mayo, 1977.

BROWNE, M. W., «Experts Debate the Prediction of Disasters», *New York Times,* 19 de noviembre, 1977.

CROLL, J., «Is Catastrophe Theory Dangerous?», *New Scientist,* 17 de junio, 1976.

DICKSON, D., «Was Newton's Appel a Cusp or a Swallow-Tail?», *London Times Higher Education Supplement,* 5 de diciembre, 1975.
DODSON, M. M. y HALLAM, A., «Allopatric Speciation and the Fold Catastrophe», *American Naturalist,* mayo/junio, 1977.
EKELAND, I., «La Theorie des Catastrophes», *La Récherche,* septiembre, 1977.
GODDWIN, B. C., «Mathematical Metaphor in Development» (reseña), *Nature,* 16 de marzo, 1973.
GORMAN, J., «The Sharpe of Change», *The Sciences,* septiembre/octubre, 1976.
GUCKENHEIMER, J., Reseña del libro de Thom, *American Mathematical Society, Bulletin,* septiembre, 1973.
KAC, M., «Some Mathematical Models in Science», *Science,* 7 de noviembre, 1969.
KILMISTER, C. W., «The Concept of Catastrophe» (reseña), *London Times Higher Education Supplement,* 30 de noviembre, 1973.
KOLATA, G. B., «Catastrophe Theory: The Emperor Has No Clothes», *Sciencie,* 15 de abril, 1977 (correspondencia: 17 de junio, 26 de agosto).
KOZAK, J. J. y BENHAM, C. J., «Denaturation: An Example of a Catastrophe», *Journal of Theoretical Biology,* 63 (1976).
PAGE, J. K., Jr., «Death of a Theory», *Smithsonian,* septiembre, 1977.
PANATI, C., «Catastrophe Theory», *Newsweek,* 19 de enero, 1976.
ROSENHEAD, J., «Prison Catastrophe», *New Scientist,* 15 de julio, 1976.
SCHULMAN, L. S., «Tricritical Points and Type-Three Phase Transitions», *Physical Review B,* vol. 7, núm. 5 (1973).
STEEN, L. A., «Catastrophe Theory: The First Decade», *Science News,* 2 de abril, 1977.
STEWART, I., «The Seven Elementary Catastrophes», *New Scientist,* 20 de noviembre, 1975.
SUSSMANN, H. J., «Catastrophe Theory», *Synthèse,* 31 (1975).
— «Catastrophe Theory: a Preliminary Critical Study», *Proceedings of 1976 Biennal Meeting, Philosophy of Science Association.*
— «Catastrophe Theory as Applied to the Social a Biological Sciences: A Critique», *Synthèse,* 1978.
THOMPSON, J. M. T., «Experiments in Catastrophe», *Nature,* 3 de abril, 1975.
WALGATE, R., «René Thom Clears Up Catastrophes», *New Scientist,* 4 de diciembre, 1975.

ZAHLER, R. S. y SUSSMANN, H. J., «Claims and Accomplishments of Applied Catastrophe Theory», *Nature,* 27 de octubre, 1977 (correspondencia: 1 de diciembre, 29 de diciembre).
ZEEMAN, E. C., «Catastrophe Theory», *Scientific American,* abril, 1976.

Muchas otras referencias pueden encontrarse en estas fuentes.